

MICHELE EMMER (*)

Creatività artistica e matematica (**)

In memoria di Francesco Speranza

1 - Introduzione

L'attenzione che i matematici hanno per le qualità estetiche della loro disciplina è notevole; da qui discende l'idea di molti matematici che l'attività matematica e quella artistica siano in qualche misura molto simili, paragonabili.

Morris Kline, un matematico, (ed è solo uno dei tanti esempi che si potrebbero portare) ha dedicato al tema specifico della matematica come arte alcune pagine del suo libro *La matematica nella cultura occidentale* [1]. Dopo aver ricordato che da un centinaio d'anni circa i matematici sono pervenuti a riconoscere ciò che era stato affermato dai greci, il fatto cioè che la matematica è un'arte e il lavoro matematico deve soddisfare richieste estetiche, Kline si pone la questione fondamentale del perché molte persone ritengano che l'inclusione della matematica tra le arti sia ingiustificata. Una delle obiezioni più ricorrenti è che la matematica non provoca alcuna emozione. Kline osserva che invece la matematica provoca indubbi sentimenti di avversione e di reazione ed inoltre genera grande gioia nei ricercatori quando riescono a dare una formulazione precisa alle loro idee e ad ottenere dimostrazioni abili e geniali. Il problema consiste nel fatto che sono solo i ricercatori a poter provare queste emozioni e nessun altro. «Come nelle arti, ogni particolare dell'opera finale non è scoperto ma composto. Il processo creativo deve ovviamente produrre un'opera che possenga disegno, armonia e bellezza. Queste qualità sono presenti anche nella creazione matematica.»

Commentando queste parole di Kline, ho osservato che [2] «se non è interessante, in questo ambito, discutere le idee sull'arte dei matematici, vale la pena invece mettere in evidenza come questa aspirazione artistica sia diffusa nella comunità matematica. Complementare a questa esigenza è la necessità del riconoscimento della creativi-

(*) Dip. di Matem., Univ. di Roma «La Sapienza», Piazzale A. Moro, 00185 Roma, Italia. e-mail: emmer@mat.uniroma1.it.

(**) Ricevuto il 20 gennaio 2000. Classificazione 2000 ZDM 00, 97.

tà artistica del matematico da parte dei non addetti ai lavori; riconoscimento che non viene generalmente concesso, in particolare da coloro che si occupano di arte. Anche perché questo comporterebbe dover comprendere qualcosa della matematica contemporanea. Tutti possono guardare un'opera d'arte, ascoltare una sinfonia, mentre non si può guardare o ascoltare la matematica. Kline si rende pienamente conto che questo è il problema quando afferma che “la verifica definitiva di un'opera d'arte è il suo contributo al piacere estetico o alla bellezza. Fortunatamente, o purtroppo, si tratta di una verifica soggettiva, la quale dipende dal grado di cultura in un settore specifico. Alla domanda se la matematica possieda o no una sua bellezza può essere data perciò una risposta solo da coloro che hanno una cultura in questa disciplina ... Purtroppo per padroneggiare le idee matematiche ci vogliono anni di studio e non esiste alcuna via regia che accorci materialmente il processo”.

2 - Scoperta o invenzione?

Una delle questioni centrali è se la creatività del matematico lo porti ad inventare un nuovo mondo o se invece si tratti della scoperta di un mondo che esiste di per sé. Potrebbe sembrare una domanda superflua, di ben poco interesse. Se così può apparire ai non matematici, non lo è per tanti matematici come Roger Penrose che a questo tema ha dedicato una parte del libro *The Emperor's New Mind* [3]. «In matematica si deve parlare di invenzione o di scoperta?» si chiede Roger Penrose. Due sono le possibili risposte alla domanda: quando il matematico ottiene nuovi risultati, realizza solo delle elaborate costruzioni mentali, che pur non avendo alcun legame con la realtà fisica, tuttavia possiedono una tale potenza ed eleganza che sono sufficienti di per sé a far credere al ricercatore che queste «mere costruzioni mentali» hanno una loro propria realtà. Oppure i matematici scoprono che «queste mere costruzioni mentali» sono già là («already there») – verità la cui esistenza è del tutto indipendente dalle loro elaborazioni? Penrose propende per il secondo punto di vista, anche se precisa che la questione non è così semplice come sembra. La sua opinione è che in matematica si determinino situazioni per le quali il termine scoperta è certamente più appropriato del termine invenzione. Vi sono casi in cui i risultati derivano in modo essenziale dalla struttura stessa più che dai contributi dei matematici. Penrose cita l'esempio dei numeri complessi: «Abbiamo scoperto molte magiche proprietà che i numeri complessi possiedono, proprietà del tutto inaspettate. Queste proprietà erano “là”. Non sono state introdotte né da Cardano, né da Bombelli, né da Wallis, né da Coates, né da Eulero, né da Wessel o Gauss, malgrado le grandi capacità di intuizione loro e di altri grandi matematici; queste magiche proprietà erano inerenti alla struttura stessa che i matematici venivano gradualmente scoprendo.»

Quando i matematici scoprono una struttura di questo tipo, significa che si sono imbattuti in quelle che Penrose chiama «opere di Dio». Allora i matematici sarebbero dei semplici esploratori? Fortunatamente non tutte le strutture matematiche sono così strettamente predeterminate. Vi sono casi in cui «i risultati sono ottenuti in egual misura dalla struttura e dalle elaborazioni dei matematici»; allora è più appropriato utilizzare secondo Penrose la parola invenzione che non la parola scoperta. Vi è di conseguenza spazio per quelle che egli chiama opere dell'uomo, osservando però che sono di gran lunga di maggiore importanza le scoperte delle strutture opere di Dio che non le mere invenzioni opere dell'uomo. Distinzioni analoghe si possono formulare nelle arti e nell'ingegneria. «I capolavori d'arte sono infatti “più vicini a Dio”.»

Tra gli artisti – sostiene Penrose – è abbastanza diffusa l'idea che nelle loro opere più importanti si rivelino verità eterne, che hanno una esistenza a priori, mentre le opere di minor importanza hanno un carattere più personale, sono arbitrarie, costruzioni mortali. In matematica questa esigenza di credere in una esistenza immateriale ed eterna, almeno per i concetti matematici più profondi (le opere di Dio) è ancora più sentita. Osserva Penrose che: «esistono una unicità ed una universalità incontrovertibili delle idee matematiche che sembrano appartenere ad una categoria del tutto diversa da quella che ci si aspetta nelle arti e nell'ingegneria.» Un'opera d'arte può essere apprezzata o messa in discussione in epoche diverse, ma nessuno può mettere in dubbio una dimostrazione corretta di un risultato matematico.

Penrose precisa in modo molto esplicito che i matematici pensano alla loro disciplina come ad una attività altamente creativa, che anzi non ha nulla da invidiare alla creatività degli artisti, e che è da ritenersi, per la unicità e la universalità della creazione matematica, persino superiore a quella artistica; Penrose non lo scrive esplicitamente ma molti matematici pensano che sia la matematica la vera Arte. Un'arte difficile, faticosa, con un proprio linguaggio e simbolismo, che produce dei risultati universalmente accettati.

Penrose solleva la questione dell'esistenza in sé del mondo delle idee matematiche, una questione che ha accompagnato sin dalla sua nascita la scienza matematica.

3 - Il mondo delle idee

È del 1989 il libro *Matière à pensée* scritto a due mani da un matematico, Alain Connes, vincitore della medaglia Fields, e da un neurobiologo, Jean-Pierre Changeux [4]. In uno dei paragrafi del libro intitolato *Invention ou découverte* il neurobiologo, trattando della natura degli oggetti matematici, ricorda che vi è un atteggiamento realista che si ispira direttamente a Platone, atteggiamento che si

può riassumere nella frase: il mondo è popolato di idee che hanno una realtà distinta dalla realtà sensibile. A conferma delle sue osservazioni Changeux riporta l'affermazione di Dieudonné secondo la quale «i matematici ammettono che gli oggetti matematici possiedono una realtà distinta dalla realtà sensibile», realtà che si può paragonare a quella che Platone accorda alle sue *Idee*. Da questo punto di vista è secondario se il mondo matematico sia una creazione divina, come pensava il matematico Cantor (1875-1918): «La più alta perfezione di Dio è la possibilità di creare un insieme infinito e la sua immensa bontà lo conduce a crearlo.»

Siamo in piena *mathesis* divina, in piena metafisica. Il che sorprende da parte di scienziati seri, commenta Changeux. Il matematico Connes, per nulla turbato dalle argomentazioni del biologo, risponde molto chiaramente di sentirsi vicino al punto di vista realista. Dopo aver sottolineato che la successione dei numeri primi ha una realtà più stabile della realtà materiale che ci circonda, nota che «si può paragonare il lavoro del matematico a quello di un esploratore alla scoperta del mondo.» Se l'esperienza pratica fa scoprire dei fatti puri e semplici, come ad esempio che la successione dei numeri primi sembra non avere fine, il lavoro del matematico consiste nel dimostrare che esiste un'infinità di numeri primi. Una volta che questa proprietà è stata dimostrata, nessuno potrà mai affermare di aver trovato il numero primo più grande di tutti. Sarebbe facile mostrargli che ha torto. Conclude Connes che «ci si scontra quindi con una realtà altrettanto incontestabile di quella fisica.» Anzi incontestabilmente più reale di qualsiasi realtà fisica.

4 - Matematica e arte: rapporti possibili

Sui rapporti tra matematica e arte è interessante ricordare le parole che ha scritto alcuni decenni fa un grande artista come Max Bill: [5] «Per approccio matematico non si deve intendere ciò che generalmente si chiama arte calcolata. Fino ad ora tutte le manifestazioni artistiche si sono fondate, in minore o maggior misura, su divisioni e strutture geometriche.» Anche nell'arte moderna gli artisti si sono serviti di metodi basati sul calcolo dato che questi elementi, accanto a quelli di carattere più personale ed emozionale, hanno fornito equilibrio ed armonia ad ogni opera plastica. Tali metodi erano però diventati sempre più superficiali, secondo Bill, dato che, a parte l'eccezione della teoria della prospettiva, il repertorio di metodi utilizzati dagli artisti si arrestava all'epoca dell'antico Egitto. Il fatto nuovo avviene agli inizi del XX secolo: «Il punto di partenza per una nuova concezione è dovuto probabilmente a Kandinsky, che pose nel 1912 le premesse di un'arte nella quale l'immaginazione dell'artista sarebbe stata sostituita dalla concezione matematica ... Si sostiene che l'arte non ha niente a che fare con la matematica, che quest'ultima costituisce una materia arida, non artistica, un

campo puramente intellettuale e di conseguenza estraneo all'arte. Nessuna di queste due argomentazioni è accettabile perché l'arte ha bisogno del sentimento e del pensiero Il pensiero permette di ordinare i valori emozionali perché da essi possa uscire l'opera d'arte.»

Non bisogna dimenticare che Max Bill, che scriveva queste parole nel 1949, era soprattutto uno scultore che riteneva la geometria, che esprime le relazioni tra le posizioni nel piano e nello spazio, l'elemento primo di ogni opera plastica. «La matematica non è soltanto uno dei mezzi essenziali del pensiero primario, e quindi, uno dei ricorsi necessari per la conoscenza della realtà circostante, ma anche, nei suoi elementi fondamentali, una scienza delle proporzioni, del comportamento da oggetto ad oggetto, da gruppo a gruppo, da movimento a movimento. E poiché questa scienza ha in sé questi elementi fondamentali e li mette in relazione significativa, è naturale che simili fatti possano essere rappresentati, trasformati in immagini.» Ed ecco la definizione di che cosa deve essere una concezione matematica dell'arte: «La concezione matematica dell'arte non è la matematica nel senso stretto del termine, e si potrebbe anche dire che sarebbe difficile per questo metodo servirsi di ciò che si intende per matematica esatta. È piuttosto una configurazione di ritmi e relazioni, di leggi che hanno una origine individuale allo stesso modo in cui la matematica ha i suoi elementi innovatori originari nel pensiero dei suoi innovatori». Non si tratta di pensare alla matematica come fanno gli ingegneri, i quali, sempre alla ricerca di valori ottimali per le loro grandezze, «vedono – come ha osservato il matematico Dieudonné – nei matematici i depositari di un tesoro di formule da fornire loro a richiesta.» La matematica come una sorta di ricettario a cui accedere senza la pedante ricerca di precisione dei matematici che tendono a rendere complicate a bella posta le cose che in realtà sono molto semplici. Ma se è comprensibile, come notava Musil, [6] «che un ingegnere si concentri tutto nella sua specialità, invece di spaziare nel vasto, libero mondo del pensiero, ... non gli si chiede, infatti, di saper trasferire alla sua anima privata lo spirito audace e novatore dell'anima della sua tecnica», questo non vale, come osserva sempre l'autore de *L'uomo senza qualità*, per la matematica in cui «abbiamo la nuova logica e lo spirito nella loro essenza.» Si tratta di cogliere l'aspetto culturale della matematica, le idee innovative su strutture, forme e relazioni negli spazi, idee che hanno peraltro da sempre influenzato gli artisti, e non solo loro naturalmente [7], [8], [9].

5 - L'opinione di alcuni matematici

Per la città della scienza di Napoli, che è stata inaugurata nel 1996, ho pensato che sarebbe stato interessante realizzare un video con brevi interviste a matematici-

ci italiani chiedendo la loro opinione sulla creatività e sull'impatto culturale della matematica. Ecco alcune delle loro risposte. Ho lasciato il testo così come trascritto dal video, con piccolissimi aggiustamenti. [11]

Lucia Caporaso

La matematica va avanti grazie alle scoperte o alle invenzioni dei matematici che secondo me sono completamente casuali. Si va in una certa direzione perché ci sono le mode in matematica come ci sono nell'arte, nella musica, in tante altre cose; è anche una questione di gusto, la gente vuole studiare certe cose invece di altre semplicemente perché si diverte di più, semplicemente perché piacciono di più. Io penso che sia un fatto molto simile, insomma che l'andamento della matematica sia molto simile all'andamento di altre discipline umane che magari non sono così centrate sul ragionamento deduttivo come per esempio l'arte, la musica; si può benissimo fare un paragone: non penso che la creatività in matematica sia così diversa da quella artistica per esempio.

Claudio Procesi

Ho cominciato a pormi il problema della creatività forse nell'adolescenza quando ho cominciato a provare a risolvere dei problemi che venivano proposti in una rivista che si chiamava mi pare «La scienza per i giovani». Però naturalmente c'era un ambiente culturale dietro tutto questo, erano ancora vivi Einstein e Fermi; erano persone che davano il senso di partecipare ad una stagione storica e importante per la scienza in cui la matematica aveva un ruolo importante. Naturalmente la scoperta della propria creatività è una cosa molto complessa anche perché fino a che uno non crea qualcosa non sa se è capace di farlo. Quindi all'inizio c'è una capacità di risolvere dei problemi che però si sa già che sono dei problemi che sono stati risolti da altri, sono degli esercizi più o meno complessi; creare invece vuol dire proprio inventarsi magari anche il problema stesso. Non è neanche chiaro quale è il processo attraverso cui questo avviene quindi credo che sai una scoperta, una scoperta di se stessi, che è evidentemente però una scoperta conseguenza di un percorso culturale, di un percorso di esercizio personale, non una scoperta che avviene così nel vuoto.

Ennio De Giorgi

Io penso che all'origine della creatività in tutti i campi ci sia quella che io chiamo la capacità o la disponibilità a sognare o a immaginare mondi diversi, cose diverse, e a cercare di combinarle nella propria immaginazione in vario modo. A questa capacità forse alla fine molto simile in tutte le discipline, matematica, filosofia, teologia, arte, pittura, scultura, fisica, biologia si unisce poi la capacità di comunicare i propri sogni; e una comunicazione non ambigua richiede anche la conoscenza del linguaggio, delle regole interne proprie di diverse discipline. Quindi credo che ci sia una capacità di sognare ge-

neralmente indistinta come il sentimento che gli antichi chiamavano filosofia cioè amore della sapienza e poi vari modi di comunicare in modo non ambiguo questi sogni, questo amore per la sapienza al prossimo in cui si devono seguire linguaggi diversi, schemi diversi che sono propri delle diverse discipline, e anche delle diverse arti, delle diverse forme del sapere umano.

Luciano Modica

Io penso che per la matematica la creatività è qualcosa di più semplice, di più connaturato con la disciplina; io ho l'impressione almeno nella mia esperienza che il matematico è in qualche misura sempre un po' creativo; la matematica è difficile vederla così, a chi ha passione per la matematica, come una semplice trascrizione o ripetizione: ha sempre una fase creativa in questo senso più semplicemente che in altre discipline.

Il dimostrare, il ridimostrare con i propri mezzi un risultato che pur si sa essere noto perché altri lo hanno dimostrato, dà lo stesso effetto di creatività che dà il dimostrare uno totalmente ignoto fino a quel momento nel mondo della matematica.

Rispetto alla creatività artistica io invece ho un parere che spesso è diverso da quello di molti altri matematici; io trovo un po' una sostanziale differenza tra la creatività matematica, o scientifica in generale, con la creatività artistica; la ragione è che in qualche modo io ho l'impressione che la matematica, i matematici percepiscano come necessario l'oggetto creato, come se questo oggetto preesistesse alla ricerca e che quindi si tratta di scoprirlo; mentre nella creatività artistica, io che non ho nessuna creatività artistica ho l'impressione che invece vi sia una sorta di creatività più vera, come dire, che porta alla realtà ciò che reale non era, mentre nella matematica e nella scienza porta alla conoscenza ciò che reale è; è un grande dibattito tra i matematici; noi matematici del Novecento siamo tutti abituati a pensare e a lavorare con sistemi formali che non corrispondono ad una realtà; eppure moltissimi di noi sono fortemente realisti, cioè sono convinti che ci sia qualcosa che noi andiamo a scoprire.

6 - Conclusione

Vorrei concludere queste mie riflessioni dedicate a Francesco Speranza citando un'altra frase di Ennio De Giorgi tratta dalla lunga intervista che realizzammo nel luglio del 1996 [12].

ENNIO DE GIORGI

Credo che la forza della matematica sia quella capacità di unire questi due aspetti: la convivialità con la condivisione del sapere, il desiderio di dialogo e di ami-

cizia con la libertà di immaginare, di lavorare autonomamente sulle idee che ciascuno trova più belle, più interessanti; questo doppio aspetto della matematica secondo me è il motivo del suo fascino e forse anche il segreto della sua stessa forza; il segreto da cui nasce la scienza e la capacità umana di capire parzialmente il mondo, senza dimenticare le famose parole di Shakespeare «Vi sono più cose in cielo e in terra di quante ne sogni la tua filosofia». [13]

References

- [1] M. KLINE, *La matematica nella cultura occidentale*, Feltrinelli, Milano 1976.
- [2] M. EMMER, *La perfezione visibile*, Theoria, Roma 1991.
- [3] R. PENROSE, *The Emperor's New Mind*, Oxford University Press, New York 1989, Rizzoli 1992.
- [4] J. - P. CHANGEUX and A. CONNES, *Matière à Pensée*, Odile Jacob Ed., Parigi 1989, Garzanti 1989.
- [5] M. BILL, *Die mathematische denkweise in der kunst unserer zeit*, *Work 3* (1949), A. C. Quintavalle ed., Quad. Dipart. Arte Contemporanea Univ. Parma 38 (1977).
- [6] R. MUSIL, *L'uomo senza qualità*, I, prima ed. 1930, ed. it. Einaudi, Torino 1972.
- [7] M. EMMER (a cura di), *Matematica e cultura*, Atti Convegno di Venezia 1997, Springer, Milano 1998.
- [8] M. EMMER (a cura di), *Matematica e cultura 2*, Atti Convegno di Venezia 1998, Springer, Milano 1999.
- [9] M. EMMER (a cura di), *Matematica e cultura 2000*, Atti Convegno di Venezia 1999, Springer, Milano 2000.
- [10] M. EMMER, *Città della Scienza*, Video 30 mm., Napoli 1996.
- [11] M. EMMER, *Ennio De Giorgi*, Video 65 mm., Un. Mat. Ital. 1996.
- [12] M. EMMER, *Intervista a Ennio De Giorgi*, *Lettera Matematica* 21 (1997), 4-12.
- [13] W. SHAKESPEARE, *Amleto*, Atto I, Scena quinta.

Abstract

The role of creativity in mathematics and art are considered. The interest of mathematicians for the artistic appeal of their discipline and the interest of artists for mathematics. Quotations from famous artists and mathematicians.
