

GIOVANNI BATTISTA R I Z Z A (*)

Enzo Martinelli: Scienziato e Maestro

Questo « Convegno di Geometria differenziale e Analisi complessa » è dedicato al prof. Enzo Martinelli in occasione del suo settantesimo anniversario. Per questa felice circostanza sono qui convenuti illustri matematici italiani e stranieri che, con le loro conferenze sulle tematiche che a Martinelli sono più care, nel rendere a lui omaggio, offrono a tutti noi nuovi stimolanti motivi di interesse per la ricerca.

L'iniziativa del Convegno è partita dal prof. G. Fichera, collega di Martinelli all'Università di Roma, a titolo di personale amicizia, e dagli allievi più anziani, oltre al sottoscritto i prof. F. Succi, S. Marchiafava, M. Bruni, sopra tutto a titolo di affettuosa riconoscenza. Siamo certi che questa iniziativa sarà apprezzata anche dagli allievi più giovani di Martinelli e da tutti coloro, e sono molti, che, almeno in parte, lo considerano Maestro.

A me, come allievo più anziano, tocca il gradito, ma non facile compito di accennare sinteticamente alla attività scientifica di Martinelli e più in generale alla sua figura di Maestro. Mi scuso a priori se, in qualche punto, l'immagine di Martinelli che nascerà dalle mie parole potrà sembrarvi un pò troppo legata al mio personale punto di vista.

Nato a Pescia (Pistoia) nel 1911, si laureò con pieni voti e lode a Roma nel 1933. Ivi rimase come assistente di Analisi matematica e di Geometria analitica dal 1933 al 1946. Conseguì la Libera Docenza in Analisi matematica nel 1939 e, sempre a Roma, ebbe per incarico insegnamenti di Geometria analitica, Geometria algebrica e Topologia. Vincitore di concorso a cattedra di « Geometria analitica con elementi di proiettiva e Geometria descrittiva con disegno »

(*) Indirizzo: Dipartimento di Matematica, Università di Parma, Via Università 12, 43100 Parma, Italia.

fu chiamato all'Università di Genova, ove tenne questo insegnamento dal 1947 al 1954. Ivi gli furono anche affidati incarichi di Analisi matematica, Teoria delle funzioni e Geometria differenziale. Dal 1954 al 1982 coprì la cattedra di Geometria a Roma, con incarichi di insegnamento di Topologia, Matematiche superiori, Geometria superiore. Dal 1961 fa parte dell'Accademia Nazionale dei Lincei, della quale è attualmente socio nazionale. Per diversi anni è stato membro della Commissione scientifica dell'Unione Matematica Italiana. Fa parte del Consiglio direttivo degli Annali di Matematica.

Accenno ora sinteticamente all'opera scientifica di Martinelli.

A parte l'ampia trattatistica di cui parlerò più avanti e vari altri scritti interessanti, ma di minore importanza, i lavori scientifici in senso stretto sono oltre 50. Il primo di essi, del 1931, risale addirittura al periodo in cui Martinelli era studente del primo biennio di matematica ...

Di fronte ad una produzione così ampia e diversificata (si va dalla Geometria algebrica alla Geometria differenziale, alla Topologia, dalla Teoria delle funzioni di più variabili complesse alla Teoria delle forme differenziali esterne) non è certo facile orientarsi. Perciò, prima di accennare alle linee principali di ricerca, mi è sembrato importante cercare di individuare i caratteri essenziali della personalità scientifica di Martinelli.

Due parole, apparentemente contrastanti, sembrano meglio di altre riassumere questi caratteri: *entusiasmo* e *insoddisfazione*.

Per entusiasmo intendo il costante interesse per la matematica, a tutti i livelli, anche per la matematica più lontana dai suoi campi specifici. E se l'entusiasmo è prerogativa dei giovani, Martinelli è sempre un matematico « giovane ». Insoddisfazione è la continua richiesta di approfondimento in tutti i problemi affrontati, il non volersi limitare ai primi risultati, l'esigenza di individuare le cause vere dei fenomeni e di riuscire a tradurre tutto in modo semplice, elegante, essenziale, anche dal punto di vista formale. L'entusiasmo, che nasce dall'insopprimibile spinta di una vivissima fantasia e da una creatività istintiva, rappresenta in ultima analisi l'eterno destino dell'Uomo ad andare oltre le colonne d'Ercole. L'insoddisfazione è il duro prezzo che si deve pagare ad un senso critico molto sviluppato.

A questo punto vorrei ricordare che Martinelli, agli inizi della sua attività scientifica si trovò in un ambiente particolarmente stimolante. Il suo grande Maestro, Francesco Severi, dominava la scena internazionale. A Roma operavano, oltre a Severi, Castelnuovo, Enriques, Bompiani, Levi Civita, Picone, Signorini ed altri illustri matematici. Compagni di Martinelli erano Conforto, Amerio, Cattaneo e altri giovani matematici, destinati tutti ad un brillante avvenire ...

È ben noto come dalla Geometria algebrica classica, che operava sopra tutto nel campo complesso, si sia naturalmente passati allo studio delle funzioni olo-

morfe di più variabili complesse. Nel 1931 F. Severi con una grossa memoria uscita simultaneamente nei Rendiconti dei Seminari di Milano e di Roma mostra che queste ricerche in Italia sono ormai all'ordine del giorno.

In questo clima matura l'interesse di Martinelli per la Teoria delle funzioni di n variabili complesse, cui ha dedicato quasi 20 lavori. In questo filone di ricerche vanno sopra tutto ricordate le *formule integrale di tipo Cauchy*, delle quali quella di dimensione massima figura come risultato fondamentale in ogni trattato. Si tratta in effetti di una famiglia di formule integrali dipendenti dalla dimensione k della varietà di integrazione, che assume tutti i valori da n a $2n - 1$ e dalla scelta di $\binom{k}{n-k}$ interi, che esprimono un opportuno stato di allacciamento del ciclo d'integrazione. Alle ricerche sulle formule integrali, che richiedono, oltre alla completa padronanza del calcolo esterno, raffinate nozioni di topologia e sopra tutto molta fantasia, Martinelli dedica quasi 15 anni.

Già nel 1937 egli osserva esplicitamente che la formula integrale tipo Cauchy per due variabili complesse allora nota non può considerarsi l'analoga del teorema integrale stabilito da Poincaré, essendo la varietà di integrazione di natura estremamente particolare. Ottenuto un primo importante risultato, Martinelli va alla ricerca della più generale formula integrale di tipo Cauchy per le funzioni di n variabili. Fin dall'inizio egli avverte che le maggiori difficoltà sono dovute ad una insufficiente conoscenza della situazione topologica, che si determina tra la varietà di integrazione e la varietà singolare per il nucleo della formula stessa.

Ciò lo porta ad individuare come elementi essenziali della formula cercata i caratteri topologici di allacciamento tra la varietà di integrazione ed un opportuno scheletro di dimensione duale entro la varietà singolare. Passando poi dalla formula n -dimensionale a quelle di dimensioni superiori, anche la scelta del nucleo di integrazione diviene più difficile ed è soltanto nel 1953 con una memoria di 70 pagine sugli Annali di Matematica che Martinelli giunge alla conclusione.

Naturalmente, nello stesso indirizzo di ricerca operavano molti altri matematici. Oltre ai contributi di Poincaré e di Wirtinger, relativi sopra tutto ai teoremi integrali, converrà citare B. Segre e S. Bochner, spesso ricordato nella letteratura (se pure preceduto di cinque anni da Martinelli). Non v'è dubbio però che la soluzione completa del problema, sopra tutto per quanto riguarda le sue implicazioni topologiche, sia dovuta a Martinelli.

I contributi di Martinelli alla teoria delle funzioni di più variabili complesse non si limitano alle formule integrali di tipo Cauchy. Ad esempio, utilizzando le formule integrali di dimensione massima e minima, egli dà due diverse dimostrazioni del classico teorema di Hartogs. Altri studi riguardano poi la teoria

dei residui, l'esistenza di funzioni olomorfe con assegnati periodi infinitesimi, la geometria delle funzioni complesse non necessariamente olomorfe.

Sempre in relazione all'analisi complessa o, come si dice oggi, alla geometria analitica, vorrei ricordare un altro punto. Martinelli, già nel 1940, osserva come nella Teoria delle funzioni di più variabili complesse abbia un ruolo essenziale la nozione di *direzioni coniugate* entro una faccetta caratteristica. In termini moderni si tratta di vettori corrispondenti nell'isomorfismo fondamentale definito dalla struttura quasi complessa. Egli utilizza la nozione di direzioni coniugate, non solo per dare alle condizioni di Cauchy-Riemann una elegante formulazione del tutto svincolata dal riferimento euclideo, ma anche per risolvere il problema di Dirichlet per le componenti reali delle funzioni olomorfe di due variabili. L'idea è quella di associare, in ogni punto della ipersuperficie S assegnata, alla normale ad S la retta coniugata nel senso sopra indicato, la quale risulta tangente ad S . Riesce così individuata sulla ipersuperficie S una congruenza di linee di notevole interesse in sé ed essenziale per la risoluzione del problema di Dirichlet. Ai lavori ora accennati, che risalgono al 1940-41, vanno idealmente avvicinati quelli del 1961 dedicati al problema della caratterizzazione della traccia di una funzione olomorfa sulla frontiera di un campo.

Come è noto, Martinelli dedicò anche vari lavori alla Teoria delle forme differenziali ed altri a temi di Geometria algebrica. La ristrettezza del tempo a disposizione mi obbliga purtroppo a sorvolare su queste ricerche. Per quanto concerne il primo argomento mi limito a citare la relazione, firmata da F. Severi, U. Amaldi, M. Picone, su una memoria di Martinelli relativa ai sistemi di equazioni alla forme differenziali esterne, da essi presentata all'Accademia d'Italia. Vi si legge: « È a questo elevato ordine di questioni che Martinelli, con la sua Memoria, reca qualche notevole contributo ». Nel campo della Geometria algebrica desidero anzitutto ricordare la collaborazione di Martinelli e Conforto nella redazione del classico trattato di F. Severi « Serie e sistemi di equivalenza e corrispondenze algebriche tra varietà algebriche ». Per un giudizio scientifico su Martinelli in questo settore basta ricordare quanto riferiscono F. Severi, L. Tonelli, E. Bompiani a proposito di un'ampia memoria dedicata alla varietà delle faccette p -dimensionali di uno spazio proiettivo: « ... l'estensione è tutt'altro che ovvia, e il Martinelli supera brillantemente le nuove difficoltà portando a pieno compimento l'interessante questione ».

È ben noto che uno dei settori della Matematica più congeniali alla fantasia geometrica di Martinelli è quello della Geometria differenziale. A questa disciplina egli ha dato notevoli contributi con un complesso di 15 lavori scientifici, che vanno dal 1950 ai giorni nostri. Mi limiterò anche in questo caso a segnalare qualche punto essenziale.

In un corso CIME del 1956, che ricordo particolarmente stimolante per la presenza di B. Eckmann e di altri valenti matematici, e in una successiva me-

moria sugli Annali, Martinelli osserva come la sola struttura quasi complessa determini sulle faccette caratteristiche (immagini reali di elementi infinitesimi di curve complesse) *una metrica angolare intrinseca ed una relazione di equivalenza tra vettori*. Questa osservazione, a mio avviso di grande rilievo, consente a Martinelli di caratterizzare molto semplicemente connessioni e metriche sulle varietà quasi complesse. In particolare vengono per la prima volta introdotte e studiate le *connessioni a torsione nulla sulle faccette caratteristiche*. La metrica sopra accennata è stata successivamente utilizzata da altri matematici ed anche recentemente continua a dare frutti interessanti.

Da segnalare, anche per l'eleganza della trattazione, due brevi note lincee sulla geometria delle varietà kähleriane ed una interessante conferenza sui rapporti tra Geometria algebrica e Geometria riemanniana tenuta al Congresso UMI di Pisa nel 1948. Una citazione a parte merita un'ampia memoria sugli Annali (1960), nella quale Martinelli estende alle sottovarietà quasi kähleriane di una varietà quasi kähleriana la *proprietà di minima estensione*, già nota per le varietà analitiche di uno spazio complesso ordinario o proiettivo.

Un'altra idea notevole di Martinelli è quella che lo ha condotto ad introdurre le *varietà quaternionali*. Oggi esiste su questo argomento una letteratura abbastanza ampia, che va rapidamente aumentando.

In analogia con quanto avviene nel caso delle varietà differenziabili reali e delle varietà complesse, si potrebbe pensare che il gruppo che gioca il ruolo essenziale nella definizione di varietà quaternionali sia il gruppo lineare quaternionale $GL(H, n)$. In una nota linecea del 1959 Martinelli osserva invece che questo gruppo è troppo ristretto, al punto che neppure lo spazio proiettivo quaternionale risulta essere una varietà quaternionale nel senso accennato. Nella stessa nota egli fissa l'attenzione su di un gruppo più ampio e precisamente sul prodotto del gruppo precedente per il gruppo moltiplicativo dei quaternioni non nulli. Il successo della teoria delle varietà quaternionali ad opera dello stesso Martinelli e di altri Autori dimostra chiaramente che quella scelta è stata particolarmente felice.

Negli ultimi 10 anni l'interesse di Enzo Martinelli è rivolto sopra tutto alla Topologia ed in questo difficile campo indirizza i più giovani allievi. V'è ricordata una preziosa monografia linecea sulla Teoria delle classi caratteristiche, che costituisce uno strumento rapido ed efficace per quanti vogliano introdursi a questo non facile argomento, ed alcune memorie nelle quali, partendo dalla nozione di *simplexso standard «orientato»*, sviluppa le teorie dell'*omologia orientata*, della *coomologia alternante* e del *cup-product alternante* e le confronta con le corrispondenti teorie note nella letteratura.

Convieni che io non indugi oltre a riferire sulla produzione scientifica di Martinelli, nella quale allievi ed altri matematici hanno trovato tante idee per le loro ricerche. Essa, nelle grandi linee, è nota alla maggior parte dei presenti.

Tra l'altro, sarebbe una sorta di corsa contro il tempo. Mi risulta infatti che Martinelli è tuttora impegnato in interessanti ricerche di topologia e tiene anche un corso sulle funzioni di variabile complessa all'Istituto di Alta Matematica. D'altronde, non ritengo che la figura di Martinelli si esaurisca nella sola produzione scientifica.

Voi avvertite qui che io voglio dire qualche parola sulla sua opera di Maestro. Nel fare ciò, spero di interpretare anche il pensiero di tutti coloro che, in misura più o meno ampia, si richiamano al suo insegnamento.

Va anzitutto ricordata la sua attività di insegnante, che può essere presa ad esempio per serietà di impegno. L'interesse per la didattica è documentato tra l'altro da una quindicina di volumi di Geometria, di Topologia, di Teoria delle funzioni, largamente usati in diverse Università italiane. I testi ora accennati si distinguono per la meditata impostazione, l'esemplare chiarezza, il rigore, vorrei dire la meticolosità, con cui sono stati scritti e sopra tutto per le frequenti « aperture » offerte agli studenti più bravi. Ricordo a questo proposito la costante preoccupazione di Martinelli, che qualche studente ben dotato potesse allontanarsi dalla matematica perchè questa gli veniva presentata in modo troppo banale, troppo statico, senza mettere in luce l'attrattiva e le difficoltà dei problemi e le prospettive di soluzione dei problemi ancora aperti.

L'estrema disponibilità di Martinelli nei confronti degli studenti e degli allievi è ben nota. Si fermava volentieri dopo le lezioni, anche per ore, a parlare di matematica con tutti. La sua disponibilità diveniva poi totale ed entusiasta, quando si imbatteva in qualcuno, magari un semplice studente, che, come lui, metteva la matematica al primo posto ...

In realtà, ripensando alle « chiacchiere di corridoio » di allora, devo precisare che non si parlava solo di matematica. Così, dietro il matematico, veniva fuori, con discrezione, anche l'uomo. Ad esempio, mai come in questi giorni, nei quali la vita di ognuno di noi è resa sempre più complicata da una burocrazia assillante, sono attuali le parole pronunciate da Martinelli oltre 20 anni fa. « In Italia — diceva — mancano le menti semplificatrici »; e purtroppo aveva ragione!

Chiunque poi abbia avuto contatti con Martinelli, sa bene che egli è sempre stato immune da ogni forma di autoritarismo. Quando al termine degli anni sessanta ci ritrovammo in piena contestazione e le pagine dei quotidiani sparavano a zero contro l'autoritarismo dei baroni universitari, gli assistenti e gli allievi di Martinelli, e forse anche lo stesso Martinelli, si trovarono piuttosto disorientati. Si parlava infatti di un fenomeno di cui non avevano assolutamente esperienza diretta.

In quegli anni difficili, e precisamente dal febbraio 1968 al marzo 1969, Martinelli ebbe anche la grossa responsabilità della direzione dell'Istituto Matematico dell'Università di Roma e posso immaginare le difficoltà incontrate

da lui, con la sua mentalità rigorosamente razionale, nei confronti di tante persone, che in tutto credevano salvo che nella fredda luce della ragione.

Altri, meglio di me, potrebbero parlare dei rapporti di Martinelli coi i colleghi, che, a quanto mi risulta, furono sempre corretti e spesso di reale collaborazione. Ricordo invece molto bene il grande rispetto che egli portava ai maestri più anziani, che ho già nominato.

Vorrei infine terminare con un ricordo di carattere personale, ma a mio avviso emblematico. Tutti gli allievi di Martinelli, compresi i giovanissimi attuali e, più in generale, tutti coloro, che in qualche occasione si sono rivolti a Martinelli, potrebbero raccontare episodi analoghi, che dimostrano il grande desiderio di insegnare, la generosità intellettuale, la capacità di trasmettere, di comunicare ..., in una parola la sua natura di Maestro.

Ritorno col pensiero al periodo ormai lontano in cui preparavo la mia tesi di laurea. Martinelli, che non riusciva a trovare tempo durante la settimana, mi riceveva la domenica pomeriggio nella sua casa sulla collina di Genova, che dominava l'intero golfo. In uno di questi pomeriggi, in poco più di due ore, mi espose nelle sue linee essenziali la teoria delle forme esterne di Cartan, allora non molto conosciuta in Italia, mettendo nelle mie mani di laureando, per altro abbastanza sprovveduto, uno strumento potente ed immediatamente utilizzabile, che doveva rivelarsi decisivo nella tesi di laurea e nelle mie prime successive ricerche.

Anche se i miei vent'anni di allora protestavano un poco per quelle domeniche pomeriggio passate sui libri, io, e tanti altri dopo di me, dobbiamo ringraziare Enzo Martinelli per averci fatta incontrare una donna misteriosa e ricca di fascino, d'età indefinibile e pur sempre giovanissima d'aspetto, che, di norma, si arrende solo all'esperienza e dopo una corte assidua, ma talora, con imprevedibilità del tutto femminile, concede i suoi favori a giovani audaci, ricchi di sola fantasia. Una donna che a volte sembra perduta in un suo universo del tutto astratto, altre volte appare invece ben attenta ai fenomeni più concreti del mondo che ci circonda. Una donna infine di cui tutti noi siamo, sia pure in modi diversi, innamorati: la Matematica.

Pubblicazioni scientifiche di E. MARTINELLI

- 1 – *Sulle aree delimitate da linee cicloidali*, Bollettino di Matematica **10** (1931), 133-147.
- 2 – *Sugli insiemi bidimensionali di punti dello spazio fra loro omografici*, Boll. Un. Mat. Ital. **15** (1936), 20-24.
- 3 – *Sui coni proiettanti da un punto di una superficie di Jordan i rimanenti punti*, Boll. Un. Mat. Ital. **15** (1936), 66-71.
- 4 – *La formula di Cauchy per le funzioni analitiche di due variabili complesse*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. **25** (1937), 33-36.
- 5 – *Sulle funzioni poligene di due variabili complesse*, Mem. Reale Accad. d'Italia **8** (1937), 65-125.
- 6 – *Alcuni teoremi integrali per le funzioni analitiche di più variabili complesse*, Mem. Real. Accademia d'Italia **9** (1938), 269-283.
- 7 – *Studio di alcune questioni della teoria delle funzioni biarmoniche e delle funzioni analitiche di due variabili complesse coll'ausilio del calcolo differenziale assoluto*, Mem. Real. Accademia d'Italia **12** (1941), 143-167.
- 8 – *Sulla varietà delle faccette p -dimensionali di S_r* , Mem. Reale Accad. d'Italia **12** (1941), 917-943.
- 9 – *Sulle funzioni analitiche di più variabili complesse con periodi infinitesimi*, Boll. Un. Mat. Ital. **3** (1941), 213-215.
- 10 – *Intorno alla teoria delle funzioni biarmoniche e delle funzioni analitiche di due variabili complesse*, Atti II Congresso U.M.I., Bologna, 4-6 aprile 1940, (1942), 162-167.
- 11 – *Sulla immagine proiettiva delle serie e dei sistemi d'equivalenza elementari sopra una varietà*, Acta Pont. Acad. Scient. **6** (1942), 147-151.
- 12 – *Sopra una dimostrazione di R. Fueter per un teorema di Hartogs*, Comment. Math. Helv. **15** (1942-43), 340-349.
- 13 – *Sopra una proprietà del circolo osculatore ad una curva piana in un punto di massimo del raggio di curvatura*, Boll. Un. Mat. Ital. **5** (1943), 233-235.
- 14 – *Sopra un teorema fondamentale della teoria dei sistemi di equazioni alle forme differenziali*, Mem. Reale Accad. d'Italia **14** (1943), 175-190.
- 15 – *Sulla formula di Cauchy n -dimensionale e sopra un teorema di Hartogs nella teoria delle funzioni di n variabili complesse*, Comment. Math. Helv. **17** (1944-45), 201-208.

- 16 - *Formula di Cauchy $(n+1)$ -dimensionale per le funzioni analitiche di n variabili complesse*, Comment. Math. Helv. **18** (1945-46), 30-41.
- 17 - *Formule integrali e topologia nella teoria delle funzioni di più variabili complesse*, Acta Pont. Acad. Scient. **9** (1946), 235-250.
- 18 - *Un'osservazione sopra un teorema fondamentale della teoria degli integrali di una varietà topologica*, Boll. Un. Mat. Ital. **4** (1949), 348-352.
- 19 - *Sulla costruzione esplicita di forme differenziali con assegnati periodi*, Ann. Mat. Pura Appl. **30** (1949), 97-121.
- 20 - *Geometria algebrica e geometria riemanniana*, Rend. Mat. e Appl. **9** (1950), 1-25.
- 21 - *Qualche proprietà geometrica nelle varietà a struttura complessa*, Atti Accad. Ligure Sci. Lett. **9** (1952), 1-10.
- 22 - *Alla ricerca di nuovi integrali invarianti sulle varietà algebriche*, Atti IV Congresso U.M.I., Taormina, 25-31 ottobre 1951, (1953), 398-406.
- 23 - *Sulle estensioni della formula di Cauchy alle funzioni analitiche di più variabili complesse*, Ann. Mat. Pura Appl. **34** (1953), 277-347.
- 24 - *Sur l'extension des théorèmes de Cauchy aux fonctions de plusieurs variables complexes*, Colloque sur les fonctions de plusieurs variables, CBRM, Bruxelles (1953), 109-124.
- 25 - *Teoremi integrali nella teoria delle funzioni di più variabili complesse*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano **24** (1952-53), 172-182.
- 26 - *Lezioni di geometria con esercizi*, Veschi, Roma 1954-1962.
- 27 - *Sulle intersezioni delle curve analitiche complesse*, Rend. Mat. e Appl. **14** (1955), 422-430.
- 28 - *Contributi alla teoria dei residui per le funzioni di due variabili complesse*, Ann. Mat. Pura Appl. **39** (1955), 335-343.
- 29 - *Sulla curvatura delle superficie caratteristiche in una varietà kähleriana*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. **21** (1956), 267-274.
- 30 - *Sulle varietà kähleriane dotate di isotropia caratteristica*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. **21** (1956), 400-404.
- 31 - *Sulle varietà a struttura complessa*, Ann. Mat. Pura Appl. **43** (1957), 313-324.
- 32 - *Le funzioni analitiche di più variabili dal punto di vista di Cauchy*, in F. Severi, *Lezioni sulla Teoria delle Funzioni Analitiche di più Variabili Complesse*, Cedam, Padova, 1958.
- 33 - *Varietà a struttura quaternionale generalizzata*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. **26** 353-362.
- 34 - *Generalizzazione dei teoremi di minimo volume di Wirtinger a tutte le varietà kähleriane o quasi-kähleriane*, Ann. Mat. Pura Appl. **50** (1960), 135-147.
- 35 - *Modello metrico reale dello spazio proiettivo quaternionale*, Ann. Mat. Pura Appl. **49** (1960), 73-89.

- 36 – *Sulle varietà a struttura complessa o quasi-complessa*, Confer. Sem. Mat. Univ. Bari **52-53** (1960).
- 37 – *Sopra un teorema di F. Severi nella teoria delle funzioni analitiche di più variabili complesse*, Rend. Mat. e Appl. **20** (1961), 81-96.
- 38 – *Sulla determinazione di una funzione analitica di più variabili complesse in un campo, assegnatane la traccia sulla frontiera*, Ann. Mat. Pura Appl. **55** (1961), 191-202.
- 39 – *Metriche hermitiane sulle varietà quasi-quaternionali generalizzate*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. **39** (1965), 400-407.
- 40 – *Variétés à structure quaternionienne généralisée*, Rev. Roumaine Math. **10** (1965), 912-922.
- 41 – *Introduzione alla teoria dell'omologia e della coomologia*, Veschi, Roma, 1968.
- 42 – *Metrica hermitiana e metriche euclidea e simplettica associate*, Rend. Mat. **2** (1969), 295-313.
- 43 – *Omologia e coomologia singolari, orientata e alternante*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. **53** (1972), 264-274.
- 44 – *Cup-product e prodotto esterno*, Ann. Mat. Pura Appl. **98** (1974), 1-24.
- 45 – *Cup-product, prodotto esterno, teoremi di De Rham*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano **43** (1973), 121-133.
- 46 – *Sopra una formula di Andreotti-Norguet*, Boll. Un. Mat. Ital. **11** (1975), 455-457.
- 47 – *Il metodo delle coordinate*, Veschi, Roma 1975.
- 48 – *Enrico Bompiani*, Celebrazioni Lincee **105** (1977), 1-13.
- 49 – *Introduzione alla teoria delle classi caratteristiche: uno sguardo panoramico*, Contributi Centro Linceo Interdisciplinare **45** (1979), 1-59.
- 50 – *Beniamino Segre: his life, his work*, Rend. Accad. Naz. XL, **98** (1979-80), 1-12.
- 51 – *Quaternioni, algebra classica, geometria moderna*, Atti Convegno R. Calapso, Messina-Taormina 1981, 249-264.
- 52 – *Introduzione elementare alla teoria delle funzioni di variabili complesse con particolare riguardo alle rappresentazioni integrali*, Contributi Centro Linceo Interdisciplinare **67** (1984), 1-236.
- 53 – *Qualche riflessione sulla rappresentazione integrale di massima dimensione per le funzioni di più variabili complesse*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. (Nota presentata il 16.4.84), in corso di stampa.