Riv. Mat. Univ. Parma (4) 4 (1978), 305-313

Raffaele Balli e Edvige Pucci (*)

Soluzioni esatte del tipo di Strakhovitch in Magnetofluidodinamica (**)

1. – La conoscenza di classi di soluzioni esatte delle equazioni relative al moto di un fluido omogeneo, viscoso, incomprimibile costituisce uno strumento utile per lo studio di problemi concreti riguardanti il moto di detto fluido; questo strumento è tanto più valido quanto più ampia è la classe delle soluzioni esatte determinate.

In generale la ricerca di queste classi viene effettuata con il metodo indiretto, ossia imponendo a priori alle funzioni incognite una struttura di un qualche significato fisico, o cercando tra tutte le soluzioni quelle che dipendono effettivamente da un numero ridotto di variabili.

In questo ordine di idee rientra il lavoro di Strakhovitch (1) che ha determinato soluzioni delle equazioni di Navier Stokes della forma

$$v_r = 0\,, \qquad v_\theta = f(r,\,\theta)\,, \qquad v_z = g(r,\,\theta)\,,$$

ed in particolare soluzioni per eliche circolari e cioè del tipo

$$v_r = 0\,, \qquad v_\theta = f(r)\,, \qquad v_z = g(r)\,.$$

Nell'ambito della Magnetofluidodinamica G. Mattei [3] ha riconosciuto che nell'ipotesi di conducibilità elettrica infinita, ad un moto per eliche circolari

---

(*) Indirizzo: Istituto di Matematica Applicata, Università, 06100 Perugia, Italy.
(**) Lavoro eseguito nell'ambito del G.N.F.M. (C.N.R.). - Ricevuto: 24-II-1978.
(1) Strakhovitch, Prikl. Mat. Mch. 2 (1934); cfr. [1], pp. 101-102.

può corrispondere un campo magnetico di struttura analoga e cioè

$$B_r = 0\,, \qquad B_\theta = \lambda(r)\,, \qquad B_z = h(r)\,.$$

In questa nota si determinano classi di soluzioni delle equazioni della Magnetofluidodinamica che hanno la forma seguente

$$v_r = 0\,, \qquad v_\theta = f(r,\theta)\,, \qquad v_z = g(r,\theta)\,, \tag{1.1}$$

$$B_r = 0\,, \qquad B_\theta = \lambda(r,\theta)\,, \qquad B_z = h(r,\theta)\,, \tag{1.2}$$

essendo naturalmente $f(r,\theta)$, $g(r,\theta)$, $\lambda(r,\theta)$, $h(r,\theta)$ funzioni periodiche in θ di periodo 2π e ciò sia per un fluido di conducibilità elettrica finita che per un fluido con conducibilità elettrica infinita. In particolare in questo ultimo caso si generalizza il risultato di G. Mattei poichè si trovano classi di soluzioni effettivamente dipendenti da θ.

2. – Le equazioni della Magnetofluidodinamica che regolano il moto di un fluido omogeneo, viscoso, incomprimibile, soggetto a forze di massa conservative, sono, in unità di Gauss [**3**], [**1**]

$$\boldsymbol{v}\cdot\operatorname{grad}\boldsymbol{v} - \operatorname{grad}(U - p/\varrho) + \frac{1}{4\pi\mu\varrho}\boldsymbol{B}\wedge\operatorname{rot}\boldsymbol{B} - \nu\nabla^2\boldsymbol{v} = 0\,, \tag{2.1}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{v} = 0\,, \tag{2.2}$$

$$\operatorname{rot}(\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{B}) + \nu_m\nabla^2\boldsymbol{B} = 0\,, \qquad \nu_m = c^2/4\pi\mu\sigma\,, \tag{2.3}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{B} = 0\,, \tag{2.4}$$

dove si sono indicati con ϱ, ν, μ, σ i valori costanti della densità, della viscosità cinematica, della permeabilità magnetica, della conducibilità elettrica rispettivamente, e con U il potenziale per unità di massa.

Le incognite del problema sono il campo delle velocità $\boldsymbol{v}$, il campo magnetico $\boldsymbol{B}$ e la pressione p; noti infatti $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{B}$ le due relazioni

$$\boldsymbol{J} = \frac{c}{4\pi\mu}\operatorname{rot}\boldsymbol{B}\,, \qquad \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{J}}{\sigma} - \frac{\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{B}}{c}$$

forniscono il vettore $\boldsymbol{J}$ densità di corrente e il vettore $\boldsymbol{E}$ campo elettrico.

L'equazione (2.1) può essere sostituita dalla sua conseguenza

$$\operatorname{rot}\left[\boldsymbol{v}\wedge\operatorname{rot}\boldsymbol{v} + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} - \frac{1}{4\pi\mu\varrho}\boldsymbol{B}\wedge\operatorname{rot}\boldsymbol{B}\right] = 0 . \tag{2.1'}$$

Determinata una soluzione del sistema (2.1'), (2.2), (2.3), (2.4), la pressione p si ottiene dalla (2.1) con una semplice quadratura [2].

3. – Nelle ipotesi assunte per il campo di velocità (1.1) e per il campo magnetico (1.2) dalle equazioni di continuità (2.2) e (2.4) risulta che v_θ e B_θ devono essere indipendenti da θ e le equazioni (2.1') e (2.3) si riducono alle seguenti quattro equazioni nelle funzioni incognite $f(r)$, $g(r,\theta)$, $\lambda(r)$, $h(r,\theta)$

$$\frac{f}{r}\frac{\partial g}{\partial\theta} - \frac{1}{4\pi\mu\varrho}\left(\frac{\lambda}{r}\frac{\partial h}{\partial\theta}\right) - \nu\left(\frac{\partial^2 g}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 g}{\partial\theta^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial g}{\partial r}\right) = D , \tag{3.1}$$

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} - \frac{f}{r^2}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} - \frac{f}{r^2}\right) = 0 , \tag{3.2}$$

$$\nu_m\left(\frac{\partial^2\lambda}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\lambda}{\partial r} - \frac{\lambda}{r^2}\right) = 0 , \tag{3.3}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}(fh - g\lambda) - \nu_m\left(\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 h}{\partial\theta^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}\right) = 0 , \tag{3.4}$$

con D costante arbitraria.

Il sistema (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) non è completamente equivalente al sistema (2.1'), (2.2), (2.3), (2.4): la presenza della singolarità per $r = 0$ impone delle condizioni atte a far si che la quadratura con la quale si ricava il campo di pressione p dia luogo ad una funzione uniforme. L'equazione (3.2) contiene la sola incognita cinematica $f(r)$ ed ha come soluzione generale

$$f(r) = Ar\log r + Br + C/r ;$$

tuttavia per l'uniformità del campo di pressione è necessario che sia $A = 0$ [2]. Si assume dunque in definitiva

$$f(r) = Br + C/r . \tag{3.5}$$

L'equazione (3.3) ha carattere puramente magnetico, essa risulta identicamente verificata se è $v_m = 0$, altrimenti la sua soluzione generale è

$$\lambda(r) = Hr + G/r\,. \tag{3.6}$$

4. – Hanno particolare significato fisico quelle soluzioni per le quali è $\lambda(\partial h/\partial\theta) = 0$; infatti in questo caso anche l'equazione (3.1) contiene soltanto incognite cinematiche e quindi il problema si spezza nella determinazione prima del moto del fluido e successivamente nella determinazione del campo magnetico. La prima parte del problema corrisponde al problema fluidodinamico puro già parzialmente trattato da Strakhovitch (cfr. (1)).

Nelle ipotesi di regolarità che consentono lo sviluppo in serie di Fourier rispetto a θ della funzione $g(r, \theta)$ e la derivazione termine a termine della serie, l'equazione (3.1) ha come soluzione generale

$$g(r,\theta) = M \lg r + N - \frac{D}{4\nu} r^2 + \sum_{k=1}^{\infty} (\varphi_k(r) \exp[ik\theta] + \bar{\varphi}_k(r) \exp[-ik\theta]) \tag{4.1$_1$}$$

con M e N costanti arbitrarie, $\varphi_k(r)$ soluzione dell'equazione

$$\varphi_k'' + \frac{1}{r}\varphi_k' - \left[\frac{k^2}{r^2} + i\frac{k}{\nu}\frac{f(r)}{r}\right]\varphi_k = 0 \tag{4.1$_2$}$$

e $\bar{\varphi}_k(r)$ complessa coniugata di $\varphi_k(r)$.

Se nell'espressione (3.5) di $f(r)$ è $B \neq 0$ la soluzione generale di (4.1) è

$$\varphi_k(r) = u_1 J_{\sqrt{k^2+ikC/\nu}}\left(r\sqrt{Bk/\nu}\exp i\frac{3}{4}\pi\right) + u_2 Y_{\sqrt{k^2+ikC/\nu}}\left(r\sqrt{Bk/\nu}\exp i\frac{3}{4}\pi\right)$$

con u_1 e u_2 costanti complesse, $J_{\alpha+i\beta}(z)$ e $Y_{\alpha+i\beta}(z)$ funzioni di Bessel di I e II specie.

In particolare se è anche $C = 0$ è possibile esprimere la $g(r, \theta)$ utilizzando usuali funzioni reali di variabile reale e costanti reali nella forma seguente

$$\begin{aligned} g(r,\theta) = M \lg r + N - \frac{D}{4\nu} r^2 + \sum_{k=1}^{\infty} [\alpha_{1k} \operatorname{ber}_k(\varrho) + \alpha_{2k} \operatorname{her}_k(\varrho) - \\ - \beta_{1k} \operatorname{bei}_k(\varrho) - \beta_{2k} \operatorname{hei}_k(\varrho)] \cos k\theta + [\alpha_{1k} \operatorname{bei}_k(\varrho) + \alpha_{2k} \operatorname{hei}_k(\varrho) + \beta_{1k} \operatorname{ber}_k(\varrho) + \\ + \beta_{2k} \operatorname{her}_k(\varrho)] \sin k\theta \end{aligned} \tag{4.2}$$

con α_{ik} e β_{ik} costanti reali e $\varrho = r\sqrt{Bk/\nu}$.

Qualora invece sia $B = 0$ l'equazione (4.2) diventa del tipo di Eulero e si ha come soluzione generale

$$\varphi_k(r) = v_1 r^{\bar{k}} + v_2 r^{-\bar{k}}$$

con v_1 e v_2 costanti complesse, $\bar{k} = \exp[i\Omega]^4\sqrt{k^4 + c^2k^2/\nu^2}$, $\Omega = \frac{1}{2}\operatorname{artg} c/k\nu$.

Per determinare il campo magnetico B associato al campo cinematico ricavato è opportuno distinguere nella posizione $\lambda(\partial h/\partial\theta) = 0$ le due eventualità: (a) $\lambda = 0$, (b) $\partial h/\partial\theta = 0$.

Caso (a) $\lambda = 0$. L'equazione (3.3) è automaticamente verificata, mentre la (3.4) diviene

$$\frac{f}{r}\frac{\partial h}{\partial\theta} - \nu_m\left(\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 h}{\partial\theta^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}\right) = 0\,,$$

che è identica alla (3.1) qualora si sostituisca ν con ν_m e si ponga $D = 0$. Per $B \neq 0$ si ha perciò

$$h(r,\theta) = M_1 \lg r + N_1 + \sum_{k=1}^{\infty}[\psi_k(r)\exp[ik\theta] + \bar{\psi}_k(r)\exp[-ik\theta]]\,,$$

essendo

$$\psi_k(r) = w_1 J_{\sqrt{k^2+ikC/\nu_m}}\left(r\sqrt{Bk/\nu_m}\exp i\frac{3}{4}\pi\right) + w_2 Y_{\sqrt{k^2+ikC/\nu_m}}\left(r\sqrt{Bk/\nu_m}\exp i\frac{3}{4}\pi\right)$$

con w_1 e w_2 costanti complesse e $\bar{\psi}_k$ complessa coniugata di ψ_k mentre per $B = 0$ è

$$\psi_k(r) = z_1 r^{\bar{k}} + z_2 r^{-\bar{k}}$$

con z_1 e z_2 costanti complesse, $\bar{k} = \exp[i\Omega]\sqrt[4]{k^4 + C^2k^2/\nu_m^2}$, $\Omega = \frac{1}{2}\operatorname{artg} C/k\nu_m$.

Caso (b) $h = h(r)$. Conviene considerare separatamente i due sottocasi in relazione al verificarsi della (3.3)

$$(\mathrm{b}_1)\quad h = h(r)\,,\quad \nu_m = 0\,;\qquad\qquad (\mathrm{b}_2)\quad h = h(r)\,,\quad \lambda(r) = Hr + G/r\,.$$

Nel sottocaso (b_1) la (3.4) diviene $\lambda(\partial g/\partial\theta) = 0$; se ne ricava dunque che deve essere $\lambda = 0$, oppure $g(r,\theta) = g(r)$ e cioè nella (4.1) $\varphi_k(r) = 0$ per ogni k.

Alla eventualità $\lambda = 0$ corrisponde un campo magnetico parallelo all'asse z

$$B_r = 0\,, \qquad B_\theta = 0\,, \qquad B_z = h(r)\,,$$

essendo peraltro $h(r)$ funzione arbitraria.

Alla eventualità $g = g(r)$ corrisponde un campo magnetico

$$B_r = 0\,, \qquad B_\theta = \lambda(r)\,, \qquad B_z = h(r)\,,$$

dipendente da r in modo del tutto arbitrario. Quest'ultima classe coincide con la classe di soluzioni per eliche circolari individuata da G. Mattei in [**3**]. Nel sottocaso (b_2) la (3.4) diviene

$$\frac{\lambda}{r}\frac{\partial g}{\partial \theta} - \nu_m\left(\frac{\mathrm{d}^2 h}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}r}\right) = 0\,.$$

Poichè non può essere $\partial g/\partial\theta = \text{costante} \neq 0$, si riconosce da questa equazione che o è $\lambda = 0$ oppure $g = g(r)$ ed in entrambi i casi risulta

$$h(r) = P \log r + Q\,.$$

Nel primo caso il campo magnetico è parallelo all'asse z ed ha la seguente forma

$$B_r = 0\,, \qquad B_\theta = 0\,, \qquad B_z = P \log r + Q\,;$$

nel secondo caso, cioè se è $g = g(r)$, il campo magnetico invece ha la forma (2)

$$B_r = 0\,, \qquad B_\theta = Hr + G/r\,, \qquad B_z = P \log r + Q\,.$$

5. – Nel presente paragrafo si determina, tralasciando il caso in cui sia $\nu_m = 0$, una classe di soluzioni del sistema (3.1), (3.2), (3.3), (3.4), assumendo $f(r) = Br$ e $\lambda(r) = Hr$; in tal caso sono costanti sia $f(r)/r$ che $\lambda(r)/r$; le equazioni

---

(2) Questa seconda eventualità corrisponde ad una soluzione per eliche circolari del tipo di quelle determinate da G. Mattei che è valida però anche per fluidi con conducibilità elettrica finita.

(3.1) e (3.4) assumono la forma semplificata

$$B\frac{\partial g}{\partial\theta}-\frac{H}{4\pi\mu\varrho}\frac{\partial h}{\partial\theta}-\nu\left[\frac{\partial^2 g}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 g}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial g}{\partial r}\right]=D\,, \tag{5.1}$$

$$B\frac{\partial h}{\partial\theta}-H\frac{\partial g}{\partial\theta}-\nu_m\left[\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 h}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}\right]=0\,. \tag{5.2}$$

Sotto opportune ipotesi di regolarità le soluzioni $g=g(r,\theta)$ e $h=h(r,\theta)$ delle equazioni (5.1) e (5.2) hanno la forma

$$g(r,\theta)=\chi(r)+\sum_{k=1}^{\infty}(\varphi_k(r)\exp[ik\theta]+\bar\varphi_k(r)\exp[-ik\theta])\,, \tag{5.3}$$

$$h(r,\theta)=\omega(r)+\sum_{k=1}^{\infty}(\psi_k(r)\exp[ik\theta]+\bar\psi_k(r)\exp[-ik\theta])\,, \tag{5.4}$$

dove le funzioni $\chi(r)$ e $\omega(r)$, dovendo verificare le equazioni

$$\nu\left(\chi''+\frac{1}{r}\chi'\right)=D\,,\qquad \omega''+\frac{1}{r}\omega'=0,$$

sono

$$\chi(r)=P_1\lg r+Q_1+\frac{D}{4\nu}r^2\,,\qquad \omega(r)=P_2\lg r+Q_2\,,$$

mentre le $\varphi_k(r)$ e $\psi_k(r)$ verificano il sistema

$$ikB\varphi_k-i\frac{Hk}{4\pi\mu\varrho}\psi_k-\nu\left(\varphi_k''-\frac{k^2}{r^2}\varphi_k+\frac{1}{r}\varphi_k'\right)=0\,, \tag{5.5}$$

$$ikB\psi_k-iHk\varphi_k-\nu_m\left(\psi_k''-\frac{k^2}{r^2}\psi_k+\frac{1}{r}\psi_k'\right)=0\,. \tag{5.6}$$

La $\varphi_k(r)$ è dunque soluzione della equazione del quarto ordine

$$\begin{aligned}\varphi_k^{IV}+\frac{2}{r}\varphi_k'''+\left(-ikB\frac{\nu+\nu_m}{\nu\nu_m}-\frac{2k^2+1}{r^2}\right)\varphi_k''+\left(-ikB\frac{\nu+\nu_m}{\nu\nu_m}+\right.\\ \left.+\frac{2k^2+1}{r^3}\right)\varphi_k'+\left(-\frac{4k^2}{r^4}-\frac{k^2B^2}{\nu\nu_m}+\frac{iBk^3}{r^2}\frac{\nu+\nu_m}{\nu\nu_m}+\frac{k^4}{r^4}+\frac{k^2H^2}{4\pi\mu\varrho\nu\nu_m}\right)\varphi_k=0\,.\end{aligned} \tag{5.7}$$

È possibile fattorizzare questa equazione nei due modi distinti

$$L_1 \nabla_k^{(1)} \varphi_k(r) = 0 \, , \qquad L_2 \nabla_k^{(2)} \varphi_k(r) = 0 \, ,$$

essendo L_1 ed L_2 operatori differenziali lineari del secondo ordine e $\nabla_k^{(1)}$ e $\nabla_k^{(2)}$ operatori di Bessel di ordine intero k e di argomento $\eta_1 r$ ed $\eta_2 r$ rispettivamente con η_1 ed η_2 le due soluzioni dell'equazione

$$\nu \nu_m \eta^2 + [ikB(\nu + \nu_m)]\eta - k^2 B^2 + \frac{k^2 H^2}{4\pi\mu\varrho} = 0 \, . \tag{5.7}$$

Si ottiene dunque la seguente soluzione generale della (5.7)

$$\varphi_k(r) = s_1 J_k(\eta_1 r) + s_2 J_k(\eta_2 r) + s_3 Y_k(\eta_1 r) + s_4 Y_k(\eta_2 r)$$

ed in corrispondenza

$$\psi_k(r) = \frac{4\pi\varrho\mu}{iHk} \left[ikB\varphi_k - \nu \left(\varphi_k'' - \frac{k^2}{r^2}\varphi_k + \frac{1}{r}\varphi_k'\right)\right] .$$

6. – Sempre nell'ipotesi $\nu_m \neq 0$, si determinano in questo paragrafo classi di soluzioni uniformi in θ del sistema (3.1), (3.2), (3.3), (3.4), qualora si assuma $f(r) = C/r$ e $\lambda(r) = G/r$. Le equazioni (3.1) e (3.4) prendono allora la forma semplificata

$$\frac{C}{r^2}\frac{\partial g}{\partial \vartheta} - \frac{G}{4\pi\mu\varrho r^2}\frac{\partial h}{\partial \theta} - \nu \left[\frac{\partial^2 g}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial g}{\partial r}\right] = D \, , \tag{6.1}$$

$$\frac{C}{r^2}\frac{\partial h}{\partial \theta} - \frac{G}{r^2}\frac{\partial g}{\partial \theta} - \nu_m \left[\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}\right] = 0 \, . \tag{6.2}$$

Assumendo per $g(r, \theta)$ e $h(r, \theta)$ le espressioni (6.3) e (6.4), si ottengono per $\chi(r)$ e $\omega(r)$ le stesse soluzioni del paragrafo precedente, mentre $\varphi_k(r)$ e $\psi_k(r)$ devono verificare il sistema

$$i\frac{kC}{r^2}\varphi_k - i\frac{kG}{4\pi\mu\varrho r^2}\psi_k - \nu\left(\varphi_k'' - \frac{k^2}{r^2}\varphi_k + \frac{1}{r}\varphi_k'\right) = 0 \, , \tag{6.3}$$

$$i\frac{kC}{r^2}\psi_k - i\frac{kG}{r^2}\varphi_k - \nu_m\left(\psi_k'' - \frac{k^2}{r^2}\psi_k + \frac{1}{r}\psi_k'\right) = 0 \, . \tag{6.4}$$

La $\varphi_k(r)$ è dunque soluzione dell'equazione del quarto ordine

$$\varphi_k^{\mathrm{IV}} + \varphi_k''' \frac{6}{r} + \varphi_k'' \frac{1}{r^2}\left[7 - 2k^2 - \frac{i\,C}{\nu\nu_m}(\nu + \nu_m)\right] + \varphi_k' \frac{1}{r^3}\left[-1 - 2k^2 - \frac{i\,C}{\nu\nu_m}(\nu + \nu_m)\right] +$$

$$+ \varphi_k \frac{1}{r^4}\left[\frac{k^4\nu\nu_m + iCk^2(\nu + \nu_m) - C^2}{\nu\nu_m} + \frac{G^2 k^2}{4\pi\mu\varrho\nu\nu_m}\right] = 0,$$

che è del tipo di Eulero. Si ha quindi che l'integrale generale è esprimibile nella forma

$$\varphi_k(r) = \mathrm{e}_1 r^{\delta_1} + \mathrm{e}_2 r^{\delta_2} + \mathrm{e}_3 r^{\delta_3} + \mathrm{e}_4 r^{\delta_4},$$

essendo δ_i le soluzioni, in generale distinte, dell'equazione algebrica del quarto ordine, che si associa all'equazione di Eulero attraverso l'usuale sostituzione $r = \exp[t]$. In corrispondenza è

$$\psi_k(r) = \frac{4\pi\varrho\mu r^2}{iGk}\left[i\,\frac{kC}{r^2}\varphi_k - \nu\left(\varphi_k'' - \frac{k^2}{r^2}\varphi_k + \frac{1}{r}\varphi_k'\right)\right].$$

Bibliografia

[1] C. AGOSTINELLI, *Magnetofluidodinamica*, Cremonese, Roma (1966), 11-24.

[2] R. BERKÈR, *Intégration des équations du mouvement d'un fluide visqueux incompressible*, Handbuch der Physik (8) **2** (1963).

[3] G. MATTEI, *Su una classe di moti magnetofluidodinamici di un fluido viscoso*, Annali Scuola Norm. Sup. di Pisa **19** (1965), 429-441.

Resumé

On a determiné une classe des solutions exactes permanents des équations du mouvement d'un fluide visqueux incompressible in M.F.D. . Cette solutions donnes, en absence du champ magnetique, des solutions du type de Strakhovitch.

* * *