

MARIO G. GALLI (\*)

## Vedute moderne circa i fondamenti delle trasformazioni di Lorentz

(Parte I). (\*\*)

### Indice della Parte I.

Introduzione. - § 1: I fondamenti originari della cinematica relativistica. - § 2: Perchè le trasformazioni di LORENTZ sono lineari. - § 3: Osservazioni circa la giustificazione tradizionale delle trasformazioni di LORENTZ. L'indipendenza dei due postulati fondamentali. - § 4: Le trasformazioni spazio-temporali dedotte dal solo postulato di relatività. - § 5: Il contenuto empirico delle trasformazioni di LORENTZ. Giustificazione induttiva di esse. - § 6: Punto di vista lorentziano ed einsteiniano. La teoria dell'etere. I paradossi della relatività. - § 7: Osservazioni circa i fondamenti empirici della precedente dimostrazione. La nuova teoria di JÁNOSY.

### Introduzione.

Nella storia del pensiero scientifico pochissime innovazioni hanno suscitato all'inizio una opposizione altrettanto vivace quanto l'avvento della cinematica relativistica.

Le ragioni essenziali di questo fatto sono imputabili da una parte al distacco che tali innovazioni implicavano da certe forme abituali del pensiero, tanto fondamentali che si giungeva perfino a considerarle necessarie ed invariabili, dall'altra alla scarsità del materiale sperimentale da cui si prendevano le mosse.

---

(\*) Indirizzo: Convento PP. Domenicani, Piazza S. Maria Novella 18, Firenze, Italia.

(\*\*) Ricevuto il 10-VI-1957.

Da allora ad oggi i progressi sono stati realmente imponenti ed è profondamente mutato l'atteggiamento del fisico. Le conferme sperimentali sono state così numerose e così brillanti da superare perfino le più ottimistiche speranze degli stessi pionieri. Parecchie formule che sembravano una offesa alle leggi del retto pensare e che comunque esprimevano fatti difficilmente verificabili, sono oggi entrate nel manuale dell'ingegnere! Queste conferme, specialmente le più recenti, hanno quasi totalmente eliminato ogni residuo di opposizione.

Nonostante questo radicale mutamento, la resistenza iniziale, se si tiene presente la quantità e la qualità degli oppositori, costituisce un fatto umano degno della più attenta considerazione, un fatto di cui è indubbiamente ragionevole chiedere una spiegazione.

Alcuni scienziati (e tra questi dobbiamo annoverare anche relativisti convinti) ritengono che il fatto possa parzialmente attribuirsi ad una imperfezione provvisoria della teoria. Questo giudizio, anche se fosse vero, non offenderebbe affatto i fondatori di essa. Poichè, per sua natura, il progresso scientifico non è e non può essere puramente additivo. Lo sviluppo di una teoria non consiste unicamente nel moltiplicare le conclusioni, ma anche nell'assoggettare a revisione gli stessi principi.

Si deve pertanto concludere che l'accettazione delle proposizioni fondamentali della relatività non implica minimamente che queste debbano essere riguardate come un punto di arrivo impreteribile, ne impedisce di pensare che alle argomentazioni primitive, le quali hanno permesso originariamente di stabilirle, si possa sostituire qualche cosa di meglio.

A questa conclusione non fanno eccezione le trasformazioni di LORENTZ, quelle formule cioè le quali esprimono, com'è ben noto, il contenuto essenziale della cinematica relativistica.

Ed effettivamente non sono pochi i fisici i quali (a cominciare dal 1910), per rendere più accettabili tali trasformazioni, hanno tentato di sostituire il primitivo procedimento deduttivo con altri da essi ritenuti più convincenti sotto vari punti di vista. Nonostante il moltiplicarsi di questi tentativi non ci risulta che sia stata fatta *una esposizione sistematica di essi ed un confronto critico del loro valore*. A questo scopo è dedicato il presente articolo.

A noi sembra evidente che una corretta esecuzione di questo compito debba contribuire potentemente ad una migliore intelligenza di quelle formule che esprimono vedute profondamente rivoluzionarie nei riguardi dei concetti di spazio e di tempo, ossia di quei concetti che sono e saranno sempre il fondamento della conoscenza scientifica.

Peraltro la teoria della relatività ci insegna che questi concetti non debbono essere considerati assolutamente invariabili, come prima da molti si riteneva. Questa considerazione suggerisce la possibilità di passi ulteriori. È naturale

pensare che anche le trasformazioni di LORENTZ altro non sono che approssimazioni di altre formulè rappresentanti più fedelmente la realtà fisica. Ed effettivamente non sono mancati, anche in data recente, tentativi di sostituzione. Nè si può escludere per principio che questi possano riuscire.

Questo articolo è stato scritto anche con l'intenzione di porgere qualche aiuto e qualche facilitazione a chi volesse eventualmente dedicarsi a tali ricerche. Peraltro di queste non ci occuperemo sistematicamente. Ci limiteremo a dare qualche suggerimento orientativo nell'ultimo paragrafo. Lo scopo diretto di esso è *una analisi comparata dei procedimenti deduttivi della cinematica relativistica*.

Per ragioni tipografiche l'articolo è suddiviso in due parti. Premettiamo ora una brevissima sintesi del contenuto della Parte I.

Nei primi tre paragrafi diremo qualche cosa circa la giustificazione tradizionale delle trasformazioni di LORENTZ. Si tratterà per lo più di nozioni che sono o dovrebbero essere ben note ad ogni cultore della materia, per cui chiediamo scusa al lettore se dovremo ripetere cose perfino banali. Ma per la retta intelligenza del seguito non possiamo omettere del tutto questa questione. Del resto malintesi espressi anche in scritti molto recenti ci convincono di ciò.

Nel § 4 esporremo una deduzione delle trasformazioni spazio-temporali la quale si basa unicamente sul postulato di relatività, applicato ad esperienze puramente cinetiche. Sebbene, partendo dal primo postulato soltanto, non si giunga esattamente alle trasformazioni di LORENTZ, tuttavia si giunge molto vicino ad esse, così che restano ben poche alternative. Questa deduzione è molto importante ed è quasi del tutto ignorata nei trattati generali. Tra l'altro essa presenta il grande vantaggio di facilitare la comprensione delle trasformazioni di LORENTZ e ci permette di porre su nuove basi il problema della verifica sperimentale di esse.

Nel § 5 daremo una giustificazione delle trasformazioni di LORENTZ che è in un certo senso opposta alla precedente. Ed infatti, mentre nella precedente si procura di utilizzare al massimo un principio generalissimo quale è il principio di relatività, in questa si ha la pretesa di partire unicamente dai dati dell'esperienza. Questa dimostrazione è preferita da alcuni autori moderni, ad esempio da IVES, ROBERTSON, KENNEDY, JÁNOSY, ecc. . Nei tre paragrafi successivi seguono alcune considerazioni sui vantaggi e svantaggi di questa dimostrazione e si coglie l'occasione di illustrare la differenza che sussiste tra i punti di vista lorentziano ed einsteiniano relativamente all'interpretazione fisica delle trasformazioni di LORENTZ, distinzione che non di rado è male intesa dai trattatisti. Termineremo con alcune riflessioni critiche circa la nuova teoria di JÁNOSY.

### § I. - I Fondamenti originari della Cinematica relativistica.

È cosa notissima che EINSTEIN, per dedurre le trasformazioni di LORENTZ, ha utilizzato essenzialmente due postulati (1):

- a) Il postulato di relatività;
- b) il postulato della costanza della velocità della luce.

Trattandosi di cose notissime non insisteremo. Tuttavia il lettore ci perdonerà se saremo costretti a dire delle cose che potranno sembrare o saranno realmente molto banali. Ma occorre dissipare alcuni malintesi che purtroppo ricorrono con una certa frequenza. È chiaro che, se vogliamo decidere razionalmente la questione di una eventuale sostituzione dei procedimenti primitivi con qualche cosa di meglio, è indispensabile avere chiare idee al riguardo.

Una segnalazione sulla quale occorre insistere è la seguente:

Per un fisico prerelativista qualunque (vogliamo dire anteriormente all'anno 1905) non era difficile l'accettazione del 2° postulato, ma quella del 1°.

Si è verificato invece stranamente nel secondo decennio di vita della relatività (1915-1925), cioè nel periodo in cui erano quanto mai vivaci le polemiche pro e contro la nuova teoria, che parecchi antirelativisti hanno concentrato i loro attacchi sul 2° postulato, trovando il 1° del tutto ovvio e naturale. Perfino alcuni relativisti hanno trovato nella formulazione del 2° postulato qualche cosa di insoddisfacente.

La formulazione originaria del 2° postulato è la seguente (2): « Ciascun raggio luminoso si muove nel sistema di coordinate quiescente con una velocità determinata  $V$ , indipendentemente dal fatto che questo raggio luminoso sia emesso da una sorgente quiescente o mobile. »

(1) A. EINSTEIN, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Ann. Phys. (4) 17 (1905), 891-921.

(2) Così lo enuncia EINSTEIN stesso: « Jedere Lichtstrahl bewegt sich in ruhendem Koordinatensystem mit der bestimmten Geschwindigkeit  $V$ , unabhängig davon, ob dieser Lichtstrahl von einem ruhendem oder bewegten Körper emittiert ist. » Cfr. loc. cit. in (1), pag. 895.

Si faccia attenzione alle parole « in ruhendem Koordinatensystem », con le quali si lascia intendere che il 2° postulato esprime un fatto constatabile nel sistema *Oxyz*.

La locuzione « sistema quiescente » è introdotta « Zur sprachlichem Unterscheidung von spätere einzuführendem Koordinatensystemen und zur Präzisierung der Vorstellung ». Tuttavia non sarebbe rigorosamente esatto dire che l'introduzione di questa locuzione sia fatta per pura comodità di linguaggio. Essa ha anche il vantaggio di richiamare l'attenzione a quello che allora si ammetteva comunemente, all'esistenza cioè di un sistema nel quale la propagazione della luce è isotropa.

EINSTEIN distingue ancora tra sistema quiescente e sistema mobile, ma avverte subito che la distinzione è puramente convenzionale. In quei tempi tutti i fisici ammettevano che esiste un sistema in cui vale la legge d'inerzia e nel quale la velocità della luce è costante qualunque sia lo stato della sorgente emittente. Questo sistema era identificato dai fisici con il sistema solidale con l'etere cosmico o addirittura quiescente rispetto allo spazio assoluto. EINSTEIN non fa questa identificazione, ma conserva le caratteristiche empiricamente controllabili del sistema.

Insomma tanto EINSTEIN quanto il fisico prerelativista ammettono l'esistenza di un sistema nel quale la velocità della luce è costante, però EINSTEIN, a differenza del fisico prerelativista, non vi annette proprietà metafisiche.

Inoltre il fisico classico ammette la costanza della velocità della luce solo per questo sistema. In un sistema  $O'x'y'z'$ , mobile rispetto a quello ora considerato  $Oxyz$  con velocità costante  $v$ , la propagazione della luce non è affatto isotropa. Questa discriminazione è imposta dalla necessità (o meglio da quella che allora si riteneva tale) di ottemperare al principio di composizione delle velocità della cinematica di GALILEO-NEWTON.

Ma, ponendo questa discriminazione, il fisico classico non può ammettere e non ammette il principio di relatività. Più precisamente egli lo ammette nel dominio della dinamica, ma lo nega nel dominio dei fenomeni elettromagnetici. Ed effettivamente nella seconda metà del secolo XIX (ed anche nei primi due decenni del XX) una delle questioni di massima attualità, per il fisico sperimentale, era la seguente: Determinare il moto della terra rispetto all'etere mediante esperimenti appartenenti al dominio dell'elettromagnetismo. E poichè l'ottica metteva a disposizione del fisico esperimenti di altissima precisione, si comprende il ruolo preponderante esplicato da essa nel vano tentativo di determinare il moto della terra rispetto al sistema privilegiato. Fra questi tentativi l'esperimento di MICHELSON aveva il duplice pregio di essere suscettibile di rivelare effetti di second'ordine (i soli che fossero prevedibili in base all'elettromagnetismo di MAXWELL-LORENTZ) ed inoltre di corrispondere ad idee molto semplici e quasi generalmente accettate.

Peraltro si noti bene che questo esperimento non dimostra in alcun modo il 2° postulato della relatività, come talvolta si dice. Al contrario le considerazioni che fanno prevedere un esito positivo si basano proprio sull'ammissione di esso. L'esperimento di MICHELSON è favorevole al 1° postulato, in quanto lo conferma, se lo abbiamo già fatto, o lo suggerisce, se non lo abbiamo fatto antecedentemente.

Non dobbiamo dire che esso provi il postulato di relatività, poichè questo, per sua intrinseca natura, non può essere dimostrato da nessun esperimento particolare. La sua forza risiede nel fatto che, sebbene esso sia talmente ge-

nerale da riferirsi a tutti i fenomeni possibili, nessuno degli esperimenti effettivamente eseguiti finora gli è contrario <sup>(3)</sup>.

Sotto molti aspetti esso è affine (come osserva lo stesso EINSTEIN) ai principi fondamentali della termodinamica <sup>(4)</sup>.

Nel lontano passato parecchi studiosi di meccanica facevano sforzi ingenti per realizzare il moto perpetuo. In un secondo tempo si cominciò a credere, prima da pochi studiosi, poi dalla quasi totalità di essi, che quell'obbiettivo fosse irrealizzabile. Infine ci si rese conto che questa negazione possiede in grado eminente un valore costruttivo. Ossia essa non è solo il resoconto finale di tentativi falliti, non solo ritrae dal proseguimento di finalità chimeriche, ma procura una utilità propriamente positiva, in quanto può costituire una comoda base di conclusioni positive sul reale comportamento della natura.

Per il principio di relatività è avvenuto qualche cosa di simile. Prima si pensava che fosse vero il contrario. Ed infatti ai tempi di GALILEO gli avversari della mobilità della terra solevano obiettare che, se la terra fosse realmente mobile, gli osservatori con essa solidali dovrebbero osservare fenomeni che in realtà non si osservano. GALILEO <sup>(5)</sup>, mediante una acuta analisi critica di queste previsioni, dimostra che esse non avevano alcun serio fondamento teorico.

Più tardi HUYGHENS <sup>(6)</sup> utilizza quell'enunciazione come una base di deduzioni nella risoluzione del problema meccanico dell'urto elastico. Era questo un primo passo per la trasformazione di una conclusione in un principio.

Però la scienza non proseguì per questa via. Quasi contemporaneamente NEWTON poneva le basi della dinamica sui suoi tre famosi principi. Da questi, mediante ben noti ragionamenti, si stabilisce e si giustifica il principio di relatività per quanto concerne i fenomeni meccanici. Nella seconda metà del secolo scorso lo sforzo solidale di molti fisici, tra i quali eccellono MAXWELL e LORENTZ, produsse quel mirabile edificio che è l'elettromagnetismo classico. In questa sistemazione si mostra peraltro che il principio di relatività non è estensibile ai fenomeni elettromagnetici.

---

<sup>(3)</sup> Sul valore probativo dell'esperimento di MICHELSON è stato scritto molto senza che sia conseguita perfetta unanimità. Per una sommaria conoscenza dello stato della questione cfr. M. GALLI in « *Ottica* 6 (1952), 32-40 » e in « *Pont. Acad. Sci. Acta* 15 (1953), 47-56 ». In questi articoli si può anche trovare una bibliografia degli studi anteriori.

<sup>(4)</sup> Cfr. le note autobiografiche premesse al libro pubblicato per il 70° compleanno del celebre scienziato: A. EINSTEIN, *Philosopher-Scientist*. Evanston, Illinois 1949, pp. 52-57.

<sup>(5)</sup> Cfr. *Dialogo dei Massimi Sistemi*, Ed. Naz., Vol. 7, Firenze 1933; in particolare pp. 30, 208, 213.

<sup>(6)</sup> CH. HUYGHENS, *De Moto Corporum ex mutuo impulsu Hypothesis*. Oeuvres complètes, t. 6, La Haye 1895, pp. 334-343.

Ma tutti gli esperimenti eseguiti allo scopo di rivelare il presunto sistema privilegiato ebbero esito negativo. Questa constatazione indusse taluni a credere che il principio di relatività dovesse avere una validità generale (7), ma solo EINSTEIN, dopo avere rimosso le difficoltà principali, trasformò quella enunciazione in una base sistematica di deduzioni, cioè in un principio propriamente detto, e ne mise in evidenza la straordinaria fecondità.

Al contrario, anche molto prima di EINSTEIN, tutti i fisici concedevano senza alcuna difficoltà quell'affermazione che EINSTEIN erigerà alla dignità di 2° postulato fondamentale della sua teoria. Solo più tardi, dopo l'avvento dell'elettrodinamica di RITZ (1908) (8), alcuni fisici ritennero indubitabile il 1° postulato e respinsero il 2° postulato, giungendo perfino a considerarlo logicamente ripugnante.

Per quale ragione costoro abbiano considerato naturalissimo il 1° principio non è stato mai detto da essi molto chiaramente. Per quanto concerne la negazione del 2° postulato la ragione è più complessa. In realtà questo postulato, quando si tiene conto esclusivamente del suo contenuto primitivo, quello espresso dalla primitiva formulazione einsteiniana, non è affatto paradossale. Ed infatti era ammesso comunemente e senza esitazione.

Senonchè il 1° e il 2° postulato, come EINSTEIN riconosce apertamente, sono in apparenza contraddittori. È l'apparenza è talmente forte che, senza una acuta critica dei concetti di spazio e di tempo, può indurre in errore anche scienziati di grande valore.

Per capire bene la critica einsteiniana ai concetti di spazio e di tempo, critica che si riduce all'introduzione della definizione operativa nell'attribuire un significato ai concetti di lunghezza e di simultaneità di eventi lontani, bisogna fare molta attenzione alla distinzione tra contenuto empirico e contenuto convenzionale delle formulazioni scientifiche.

Il principio ora enunciato ha contenuto empirico, poichè esso è verificabile, almeno concettualmente, ed a proposito di questa verifica la definizione einsteiniana di simultaneità di eventi non collocati non ha nulla a che vedere. È solo implicita la nozione di simultaneità collocata, circa la quale EINSTEIN non si allontana dall'opinione comune.

---

(7) Ad esempio così scriveva POINCARÉ, poco prima della pubblicazione di EINSTEIN: « Il semble que cette impossibilité de démontrer le mouvement absolu soit une loi générale de la nature. » Parlando del contributo di LORENTZ egli dice testualmente: « LORENTZ a cherché à compléter et à modifier son hypothèse de façon à la mettre en concordance avec le postulat de l'impossibilité de la détermination de mouvement absolu. » [C. R. Acad. Sci. Paris **140** (1905), p. 1504].

(8) W. RITZ, *Recherches critiques sur l'électrodynamique générale*, Ann. Chim. Phys. (**8**) **13** (1908), 145-275.

Il contenuto empirico del 2° postulato è il seguente.

Se da due punti  $A$  e  $B$  infinitamente prossimi partono nello stesso istante due segnali luminosi, emessi rispettivamente da due sorgenti  $S$  ed  $S'$ , la prima quiescente, la seconda in moto, essi raggiungono lo stesso traguardo  $M$  nello stesso istante.

In questa enunciazione non si fa alcun confronto tra i risultati di osservazione di due osservatori. L'esperienza è fatta nel sistema fondamentale  $Oxyz$ .

Ma fin qui nulla si è detto di preciso circa la velocità di propagazione del segnale luminoso.

Per compiere questa determinazione occorre evidentemente disporre di un cronometro. EINSTEIN però avverte (e questa avvertenza è essenziale per comprendere l'epistemologia relativistica) che, per dare un senso all'espressione di velocità di propagazione o di spostamento di un qualche cosa da un punto  $A$  ad un punto  $B$ , occorre disporre in  $A$  ed in  $B$  di due orologi uguali e sincronizzati.

Per procedere ordinatamente consideriamo il fenomeno costituito dalla propagazione luminosa in un percorso semplice di andata e ritorno  $AB + BA$ . In questo caso abbiamo bisogno di un solo orologio posto in  $A$ . Se  $l$  è la lunghezza del percorso  $AB$ , definiremo la velocità di propagazione della luce con riferimento al percorso chiuso suddetto, conformemente a quanto fa la fisica classica, con la relazione

$$c = 2l/\tau,$$

essendo  $\tau$  l'intervallo temporale, misurato con l'unico orologio sopra detto, intercedente tra l'emissione e il ritorno del segnale.

Con riferimento ad esperienze cosiffatte (e tra queste potremo includere anche quelle in cui il percorso chiuso è costituito da più di due tratti) il 2° postulato asserisce che il risultato è sempre lo stesso, ossia  $c = \text{cost.}$

Anche a questo riguardo il postulato ha un contenuto empirico, poichè esso esprime semplicemente il risultato di esperienze almeno concettualmente eseguibili.

Ma fin qui nulla di preciso abbiamo detto circa la velocità di propagazione di un segnale luminoso da un punto  $A$  ad un altro  $B$ .

Quando si tratta di definire la velocità della luce in un percorso semplice  $AB$ , abbiamo bisogno di definire preventivamente un criterio di sincronizzazione di due orologi uguali posti in  $A$  ed in  $B$ . A rigore questo criterio non è unico. Tuttavia EINSTEIN, fondandosi su buone ragioni, dà la preferenza al seguente.

Si consideri un segnale luminoso che parte da  $A$  quando l'orologio ivi collocato segna il tempo  $t_1$ . Diremo per convenzione (si noti bene!) che l'orologio

collocato in  $B$  è sincrono con quello collocato in  $A$  se il segnale luminoso perviene in  $B$  quando l'orologio in questione segna il tempo  $t_2$  soddisfacente alla relazione seguente:

$$(1) \quad t_2 = t_1 + (1/c)l_{AB},$$

dove  $c$  è la grandezza dianzi definita.

Si osservi bene che a queste asserzioni il fisico classico prerelativista non ha nulla da eccepire, neppure circa il criterio di sincronizzazione, purchè non si esca fuori dal sistema basilare  $Oxyz$ , sistema che egli considera solidale con l'etere o con lo spazio assoluto o comunque l'unico godente del privilegio dell'isotropia della propagazione luminosa.

Quando dal sistema  $Oxyz$  passiamo al sistema  $O'x'y'z'$ , mobile rispetto al primo con velocità costante  $v$ , il fisico classico non può ammettere che persista l'isotropia della propagazione luminosa, nè relativamente ad un percorso di andata e ritorno, nè relativamente ad un percorso di semplice andata.

Tuttavia, se per l'osservatore  $K$ , solidale col sistema  $Oxyz$ , la velocità di propagazione della luce è uguale a  $c$ , indipendentemente dal moto della sorgente, allora, volendo accettare il 1° ed il 2° postulato, dobbiamo parimenti ammettere che anche per l'osservatore  $K'$ , solidale col sistema  $O'x'y'z'$ , la velocità dello stesso segnale luminoso è pure  $c$ .

Ma come è possibile che un qualche cosa si sposti con la stessa velocità rispetto a due osservatori in moto relativo? Ecco la grande pietra di scandalo della relatività!

Ed infatti la precedente affermazione è in netta antitesi con quel principio galileiano di composizione delle velocità che appare a prima vista evidente e necessario.

Taluni formulano il principio della costanza della velocità della luce in questo modo: Uno stesso segnale luminoso si propaga con la stessa velocità per due osservatori in moto relativo uniforme.

Questa affermazione non coincide in realtà con la formulazione originaria del 2° postulato. È vero che essa consegue agevolmente e dal 1° e dal 2° postulato, così come questi furono originariamente formulati. Ma non per questo è giustificabile la confusione. Inoltre la ripugnanza (sia pure di carattere psicologico) che suscita la predetta formulazione sconsiglia dall'assumerla come postulato. È poi ovvio, essendo essa, bene intesa, una autentica proposizione relativistica, che la sua apparente assurdità deve essere accuratamente esaminata e rettamente classificata, indicando soprattutto chiaramente il malinteso che si insinua surrettiziamente nella mente di coloro che vogliono vedere nelle enunciazioni galileiane una necessità assoluta. Chi è affetto da questo pregiudizio, basato essenzialmente su una confusione tra contenuto logico e

contenuto empirico dei postulati della cinematica galileiana, non si convincerà mostrandogli semplicemente che quella proposizione (per lui scandalosa) consegue da altri postulati. In questo campo opportune chiarificazioni di carattere psicologico sono di solito omesse dai trattatisti.

## § 2. - Perchè le trasformazioni di Lorentz sono lineari.

Siano dati due sistemi di riferimento cartesiani ortogonali  $Oxyz$  ed  $O'x'y'z'$ , e sia  $v$  la velocità con la quale il sistema accentato si muove rispetto all'altro. Supponiamo inoltre che le due origini  $O$  ed  $O'$  coincidano quando gli orologi collocati segnano entrambi zero. Indichiamo con  $K$  e  $K'$  i due osservatori solidali con i sistemi  $Oxyz$  ed  $O'x'y'z'$ .

Se le trasformazioni che fanno passare dalle coordinate di un punto evento  $x, y, z, t$  alle coordinate dello stesso punto evento  $x', y', z', t'$  sono lineari, avremo:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = a_{11}x' + a_{12}y' + a_{13}z' + a_{14}t' \\ y = a_{21}x' + a_{22}y' + a_{23}z' + a_{24}t' \\ z = a_{31}x' + a_{32}y' + a_{33}z' + a_{34}t' \\ t = a_{41}x' + a_{42}y' + a_{43}z' + a_{44}t', \end{array} \right.$$

essendo i coefficienti  $a_{ij}$  indipendenti dalle coordinate e dipendenti eventualmente da  $v$ .

Perchè le trasformazioni che vogliamo determinare devono essere lineari? <sup>(9)</sup> Di solito si fa questa posizione senza discuterla, ma occorre dire qualche cosa per facilitare qualche discussione successiva.

Secondo EINSTEIN <sup>(10)</sup> le trasformazioni cercate devono essere lineari per ragioni di omogeneità spazio-temporale.

Questa ragione ci sembra assolutamente convincente. Per lo meno è più convincente di tante altre che sono state addotte da altri. Se, ad esempio, le trasformazioni ricercate dipendessero dal tempo, sarebbe possibile avere

<sup>(9)</sup> A nostro avviso, una accurata indagine a proposito di questa questione è la premessa indispensabile per rispondere adeguatamente alla questione di cui ci occuperemo nell'ultimo paragrafo.

<sup>(10)</sup> A. EINSTEIN, loc. cit. in <sup>(1)</sup>, cfr. p. 898: « Es ist klar, dass die Gleichungen linear sein müssen wegen der Homogenitätseigenschaften, welche wir Raum und Zeit beilegen. »

un tipo di trasformazioni valido oggi ed un altro tipo di trasformazioni valido domani. Sebbene la cosa non ripugni logicamente, tuttavia è radicalmente contraria alla costanza delle leggi naturali, costanza confermata da tutte le nostre osservazioni e presupposto essenziale della stessa ricerca scientifica.

LEVI-CIVITA<sup>(11)</sup> deduce la linearità delle trasformazioni di LORENTZ dal fatto che, dovendosi rispettare l'equivalenza delle due forme

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2, \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2,$$

le uniche trasformazioni ammissibili matematicamente sono quelle lineari ovvero quelle per raggi vettori reciproci. Questa seconda possibilità deve essere esclusa per ragioni fisiche. Ne conseguirebbe infatti, accettandola, che talvolta a valori finiti delle coordinate spazio-temporali, quali esse sono determinate da un osservatore, potrebbero corrispondere valori infiniti, quando le corrispondenti coordinate dello stesso punto evento sono determinate da un altro osservatore. Nessuno ammetterà che questo sia fisicamente plausibile.

FRANK e ROTHE<sup>(12)</sup> deducono la linearità dal fatto che le trasformazioni ricercate devono trasformare rette in rette (fisicamente un moto che appare rettilineo ed uniforme all'osservatore  $K$  deve apparire tale anche all'osservatore  $K'$ ) e presupponendo inoltre, come abbiamo visto prima, che a valori finiti di  $x, y, z, t$  devono corrispondere valori finiti per le corrispondenti coordinate  $x', y', z', t'$ .

IGNATOWSKI<sup>(13)</sup> scrive più in generale:

$$x = x(x', t'), \quad t = t(x', t').$$

Quindi differenziando

$$dx = \frac{\partial x}{\partial x'} dx' + \frac{\partial x}{\partial t'} dt', \quad dt = \frac{\partial t}{\partial x'} dx' + \frac{\partial t}{\partial t'} dt'.$$

<sup>(11)</sup> T. LEVI-CIVITA, **Fondamenti di meccanica relativistica**, N. Zanichelli, Bologna 1928, cfr. pag. 32. C. MUNARI, *Sopra una espressiva interpretazione cinematica del principio di relatività*, Atti Accad. Naz. Lincei, Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (5) **23** (1914), 781-787.

<sup>(12)</sup> PH. FRANK und H. ROTHE, *Über die Transformation der Raumzeitkoordinaten von ruhenden auf bewegte Systeme*, Ann. Phys. (4) **34**, 825-855.

<sup>(13)</sup> W. v. IGNATOWSKI, *Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip*, Phys. Z. **11** (1910), 972-976.

I coefficienti differenziali

$$\frac{\partial x}{\partial x'}, \quad \frac{\partial x}{\partial t'}, \quad \frac{\partial t}{\partial x'}, \quad \frac{\partial t}{\partial t'}$$

sono a priori funzioni incognite di  $x'$ ,  $t'$ ,  $v$ . Però gli stessi criteri i quali conducono alla loro determinazione permettono in pari tempo di accertare che essi dipendono solo da  $v$ .

### § 3. — Osservazioni circa la giustificazione tradizionale delle trasformazioni di Lorentz. L'indipendenza dei due postulati fondamentali.

La deduzione delle trasformazioni di LORENTZ che si trova comunemente nei trattati generali e che si trova nella prima Memoria di EINSTEIN si fonda, come è ben noto, sui due postulati fondamentali sopra riportati:

- a) Il postulato di relatività,
- b) il postulato della costanza della velocità della luce.

Le variazioni formali sono moltissime ma queste non cambiano la costituzione essenziale dell'argomentazione.

Trattandosi di cose notissime non insisteremo<sup>(14)</sup>, tuttavia riteniamo opportuno segnalare qualche malinteso tuttora persistente, come attestano alcune pubblicazioni recenti.

Generalmente si suole supporre che l'orientazione reciproca degli assi dei due sistemi, presi in considerazione, sia la seguente:

Gli assi  $Ox$  ed  $O'x'$  sono sovrapposti e paralleli alla velocità  $v$ , i piani  $O'x'y'$  ed  $O'x'z'$  scorrono rispettivamente sui piani  $Oxy$  ed  $Oxz$ , i piani  $Oyz$  ed  $O'y'z'$  coincidono all'atto della coincidenza delle origini.

---

<sup>(14)</sup> Cfr., ad esempio, E. PERSICO, **Introduzione alla Fisica matematica**, N. Zanichelli, Bologna 1941, pag. 362; T. LEVI-CIVITA, loc. cit. in<sup>(11)</sup>, pag. 24. Per avere una nozione più completa delle varie forme che può assumere la giustificazione tradizionale, cfr. R. MARCOLONGO, **Relatività**, Principato, Messina 1923.

Tenendo conto di queste ipotesi ed utilizzando il principio di relatività si dimostra facilmente <sup>(15)</sup> che le relazioni (2) si possono semplificare in questo modo:

$$(3) \quad \begin{cases} x = ax' + avt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = px' + at'. \end{cases}$$

Rimangono così due soli coefficienti da determinare. Per la determinazione si ricorre generalmente al 2° postulato.

Consideriamo due eventi così costituiti:

a) Emissione di un segnale luminoso da  $O$  all'atto della coincidenza di  $O$  con  $O'$ . La sorgente luminosa (si noti bene!) è supposta quiescente nel sistema  $Oxyz$ .

b) Arrivo del segnale in  $P$ , coincidente, all'atto della ricezione, con  $P'$ .

È ovvio che le coordinate del primo evento sono  $(0, 0, 0, 0)$  per entrambi gli osservatori. Si ricordi infatti che gli orologi collocati in  $O$  ed in  $O'$ , all'atto della coincidenza di  $O$  con  $O'$ , segnano entrambi zero per convenzione.

Per l'osservatore  $K$  le coordinate del secondo evento sono  $(x, y, z, t)$ , per l'osservatore  $K'$  esse sono invece  $(x', y', z', t')$ .

Si ha necessariamente:

$$(4) \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0.$$

Questa formula è infatti la semplice espressione del fatto che la luce si propaga con velocità  $c$ .

Ma deve pure valere la relazione:

$$(5) \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0.$$

Perciò le formule (3) devono essere tali da trasformare in se stessa la forma quadratica  $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ . Deve essere cioè:

$$(6) \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2.$$

<sup>(15)</sup> Cfr.: M. GALLI, *Ottica e Cinematica*, Pubbl. Ass. Ottica Ital. 1953, pp. 1-38.

Sostituendo nel primo membro a  $x, y, z, t$  ordinatamente le espressioni fornite dalle (3) e paragonando i coefficienti, si deduce agevolmente:

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}, \quad p = \frac{v/c^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Da cui si ha infine:

$$(7) \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}, \quad y = y', \quad z = z',$$

$$(8) \quad t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

C'è un punto in questa dimostrazione circa il quale non sarà inutile soffermarsi alquanto a causa di alcuni malintesi, verificatisi anche in data relativamente recente (16).

Abbiamo asserito precedentemente che valgono simultaneamente le due relazioni

$$(4') \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0, \quad (5') \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0.$$

Potrebbe sembrare a prima vista che, premesso il principio di relatività, dalla prima di queste due equazioni si deduca la seconda. Ed effettivamente qualcuno ha creduto così. Ma l'illusione è illusoria, come è facile vedere.

Il principio di relatività richiede che i due osservatori  $K$  e  $K'$  descrivano allo stesso modo due fenomeni uguali. Ma qui non siamo in presenza di due fenomeni uguali. Ed infatti con l'equazione (4') l'osservatore  $K$  descrive la propagazione di un'onda emessa da una sorgente quiescente rispetto a lui. Conseguente dal principio di relatività che, se l'osservatore  $K'$  considera la propagazione di un'onda emessa da un'altra sorgente, parimenti quiescente rispetto a lui, egli può scrivere la (5').

Ma nel caso attuale bisogna tenere presente che la sorgente emittente è una sola, solidale con il sistema  $Oxyz$  e quindi necessariamente mobile con velocità  $-v$  rispetto all'osservatore solidale col sistema  $O'x'y'z'$ . Trattandosi di esperienze diverse il principio di relatività non garantisce affatto che i due osservatori  $K$  e  $K'$  debbano trovare lo stesso risultato.

(16) K. D. STEGLER, *Sur le principe de la constance de la vitesse de la lumière*, C. R. Acad. Sci. Paris. **234** (1952), 1250-1252; J. SIVADJIAN, *Sur le principe de la constance de la vitesse de la lumière*, C. R. Acad. Sci. Paris **234** (1952), 1953-1954.

Per una recensione critica di questi articoli cfr. M. GALLI: *Ottica* **6** (1952), p. 60.

Che cosa è dunque che ci garantisce la liceità del passaggio dalla (4) alla (5)? È precisamente il postulato della costanza della velocità della luce.

Questo principio assicura che l'equazione (4) sarebbe ancora valida nello stesso sistema  $Oxyz$  qualora la sorgente fosse mobile con velocità  $-v$ . Premesso questo, utilizzando il principio di relatività si conclude che la (4) deve parimenti valere per l'osservatore  $K'$ , da cui la possibilità di scrivere la (5).

Nell'elettrodinamica di RITZ si ammette il principio di relatività, ma non quello della costanza della velocità della luce. Per conseguenza la (4) è vera solo se la sorgente è quiescente rispetto a  $K$ . Quindi non esiste la possibilità di passare dalla (4) alla (5). Nella teoria classica si ammette la costanza della velocità della luce, quindi la (4) è valida per l'osservatore  $K$  indipendentemente dal moto della sorgente, ma, non valendo il principio di relatività, non si può fare il passaggio dalla (4) alla (5). Ed infatti, secondo la teoria classica l'equazione valida per l'osservatore  $K'$  sarebbe ben diversa dalla (4). Come è ben noto, classicamente la velocità della luce, determinata da un osservatore mobile rispetto all'etere, non solo è diversa da  $c$ , ma dipende altresì dalla direzione.

Si vede quindi che per il passaggio dalla (4) alla (5) è necessario invocare e il primo e il secondo principio (17).

(17) Per capire quanto occorra essere cauti in materia, si faccia attenzione al seguente esempio. Se dall'origine  $O$  sono irradiate onde sferiche, l'equazione del fronte d'onda sarà data, per l'osservatore  $K$ , dalla equazione

$$(1^*) \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0.$$

Ossia, all'istante  $t$ , il fronte d'onda, che ha avuto origine in  $O$  nell'istante zero, si trova sulla sfera di raggio  $R = c \cdot t$ . Giunti a questo punto talvolta si scrivono cose di questo genere: «Lo stesso deve avvenire per l'osservatore mobile, rispetto al quale la stessa perturbazione, ma proprio al tempo  $t'$  si sarà spostata sulla sfera

$$(2^*) \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0.$$

Per l'identità del fenomeno, devono esistere delle trasformazioni per le quali si possa passare dall'una all'altra di quelle equazioni.» (Cfr. R. MARCOLONGO, **Relatività**, Principato, Messina 1923). Questa asserzione può essere rettamente interpretata, tuttavia, per il modo con cui è formulata, essa si presta all'equivoco. È vero infatti che, anche per l'osservatore  $K'$  il fenomeno consiste nella propagazione di onde sferiche. Quindi anche  $K'$  può scrivere la (2\*). Ma questa equazione, così intesa, non può essere considerata come la trasformata della (1\*) mediante le trasformazioni spazio-temporali legittime. Nel caso attuale infatti non si può porre  $t' = \text{cost.}$ , poichè al contrario  $t'$  varia da punto a punto. La superficie spaziale che per  $K$  è una sfera è invece per  $K'$  un ellissoide, come è ben noto. La precedente imprecisione di linguaggio può causare confusione nel lettore mediocre e dare occasione al reperimento di apparenti paradossi. Si potrebbe passare dalla (1\*) alla (2\*) anche mediante le posizioni  $x = x'$ ,  $y = y'$ ,  $z = z'$ ,  $t = t'$ . Ma queste non sono le trasformazioni spazio-temporali legittime.

Ad ulteriore conferma di queste asserzioni si facciano le seguenti considerazioni. Il principio di relatività è un principio universalissimo che può e deve essere applicato a tutti i fenomeni. A questo riguardo la propagazione luminosa non possiede privilegio. Consideriamo, ad esempio, la propagazione delle onde sonore.

Anche con riferimento a questo fenomeno l'osservatore  $K$  potrebbe scrivere una equazione analoga alla (4):

$$(4'') \quad x^2 + y^2 + z^2 - V^2 t^2 = 0.$$

Naturalmente in questo caso la velocità  $c$  della luce è sostituita dalla velocità  $V$  del suono. Procedendo incautamente potremmo essere tentati di scrivere (con riferimento a  $K'$ ):

$$(5'') \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 - V^2 t'^2 = 0.$$

Da cui, procedendo come prima, si potrebbe dedurre le trasformazioni di LORENTZ, nelle quali però in luogo della costanza  $c$  vi comparirebbe la costante  $V$  (velocità delle onde sonore)! Ma le trasformazioni di LORENTZ esprimono proprietà cinematiche obiettive che non possono variare a piacere a seconda del fenomeno particolare che ci piace considerare per dedurle.

Può essere istruttivo rispondere alla seguente domanda: Perché nel caso attuale il principio di relatività non ci autorizza a passare dalla (4'') alla (5'')?

Perché a rigore il fenomeno che si vorrebbe far descrivere ai due osservatori  $K$  e  $K'$  non è lo stesso. Infatti  $K$  descrive la propagazione di onde sonore emesse da una sorgente quiescente e che si propagano in un mezzo parimenti quiescente. Questo fenomeno rispetto a  $K'$  si configura ovviamente in un modo diverso. Si tratta della propagazione di onde sonore emesse da una sorgente mobile e che si propagano in un mezzo parimenti mobile.

Anche per il fenomeno costituito dalla proiezione di particelle  $\alpha$  o  $\beta$ , emesse da una sorgente radioattiva in  $O$ , l'osservatore  $K$  potrebbe scrivere una equazione simile alla (4''), sostituendo a  $V$  la velocità delle particelle in questione. Ma non si potrebbe scrivere la (5'') poichè è chiaro che la sorgente radioattiva è quiescente rispetto a  $K$  ed è mobile rispetto a  $K'$  <sup>(18)</sup>.

---

(18) Tuttavia anche il fenomeno attualmente considerato potrebbe servire per la deduzione delle trasformazioni di LORENTZ altrettanto bene che la propagazione luminosa. Per conseguire però lo scopo occorre premettere, con riferimento al sistema fondamentale  $Ox$ , la legge con la quale la velocità delle particelle emesse varia in funzione della velocità della sorgente. Per brevità ci limitiamo ad enunciarlo, poichè riteniamo che le precedenti chiarificazioni siano sufficienti.

**§ 4. — Le trasformazioni  
spazio-temporali dedotte dal solo postulato di relatività.**

Poichè il postulato di relatività è veramente essenziale per la teoria einsteiniana, è estremamente opportuno esaminare fino a che punto si possa giungere nella determinazione delle trasformazioni spazio-temporali legittime, facendo uso esclusivamente di esso (19).

Questo procedimento non solo ha grande interesse in se stesso, ma potrebbe anche essere utile per facilitare l'accettazione di alcune teorie moderne favorevoli alla dispersione del vuoto. Se questa possibilità fosse realmente dimostrata, il 2° postulato perderebbe la sua validità rigorosa e per conseguenza il procedimento tradizionale che conduce alle trasformazioni di LORENTZ dovrebbe essere alquanto riveduto (20).

Limitandoci al caso unidimensionale scriveremo:

$$(9) \quad x = ax' + bt', \quad t = px' + qt'.$$

Differenziando queste ricaviamo:

$$dx = a dx' + b dt', \quad dt = p dx' + q dt',$$

da cui

$$(10) \quad \frac{dx}{dt} = \left( a \frac{dx'}{dt'} + b \right) / \left( p \frac{dx'}{dt'} + q \right).$$

(19) Questa dimostrazione si deve originariamente a W. v. IGNATOWSKY: *Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip*, Phys. Z. **II** (1910), 972-975.

La dimostrazione qui riportata coincide, a meno di alcune variazioni di forma, con quella di questo autore.

Un procedimento affine a questo è stato trovato indipendentemente da F. SEVERI: *Riduzione dei principii di relatività ai loro elementi logici e psicologici*, Atti Accad. Naz. Lincei, Rend. Cl. Fis. Mat. Nat. (5) **33**<sub>1</sub>, 429-435; *Aspetti matematici dei legami tra relatività e senso comune* nell'opera « Cinquant'anni di relatività », Editrice Universitaria, Firenze 1955, cfr. pp. 309-333.

Raccomandiamo poi di non confondere questo procedimento con quello di FRANK e ROTHE, come ha fatto qualche trattatista. I due procedimenti hanno in comune la non utilizzazione del 2° postulato della relatività, ma non per questo devono essere considerati coincidenti. Cfr. questa stessa Memoria, Parte II.

(20) Confrontare, a questo riguardo, il § 8 di questa Memoria (Parte II).

Queste sono le ben note equazioni che assegnano la legge di trasformazione delle componenti della velocità di un punto materiale, misurate rispettivamente nei due sistemi  $Ox$  ed  $O'x'$ , nelle quali però vi compariscono tuttora i coefficienti indeterminati  $a, b, p, q$ .

Se un punto è fisso nel sistema  $O'x'$ , abbiamo:

$$\frac{dx'}{dt'} = 0, \quad \frac{dx}{dt} = v,$$

da cui

$$(11) \quad b = qv.$$

Considerando invece un punto fisso rispetto al sistema  $Ox$ , deduciamo con analogo ragionamento:

$$(12) \quad b = av.$$

Paragonando la (11) con la (12) concludiamo:

$$(12') \quad a = q.$$

Per determinare i coefficienti incogniti  $p$  ed  $a$  si può procedere così. Si consideri la seguente esperienza ideale. Sia data una sbarra rettilinea solidale col sistema  $O'x'$ . Indichiamo con  $l'$  la sua lunghezza determinata dall'osservatore  $K'$ , ossia l'osservatore con essa solidale. Quale sarà il valore  $l$  della lunghezza della sbarra determinata dall'osservatore fisso  $K$ ?

Per comprendere bene la posizione del problema si consideri che il concetto di lunghezza è definito dall'operazione che dobbiamo fare per determinarla. È ovvio che le operazioni che dovranno fare i due osservatori  $K'$  e  $K$  sono diverse. L'osservatore  $K'$  dovrà semplicemente accertare quante volte la sbarra data contiene quella che si è convenuto di assumere come unità di misura. Per l'osservatore  $K$  l'operazione è più complessa. Egli dovrà determinare quali sono i punti  $A$  e  $B$  del suo sistema che in un dato istante coincidono simultaneamente con gli estremi  $A'$  e  $B'$  della sbarra mobile e quindi determinare la lunghezza  $AB$  col metodo prima indicato.

Le due operazioni sono diverse e quindi non abbiamo il diritto di attenderci risultati uguali.

Utilizzando la (9) otterremo:

$$x_B - x_A = a \cdot (x'_B - x'_A) + b \cdot (t'_B - t'_A),$$

$$0 = t_B - t_A = p \cdot (x'_B - x'_A) + q \cdot (t'_B - t'_A).$$

Da qui, eliminando la differenza  $t'_B - t'_A$ ,

$$(13) \quad x_B - x_A = \{ (aq - bp)/a \} (x'_B - x'_A),$$

dove  $(aq - bp)/a$  è il fattore di contrazione. Non è escluso, ma non è neppure necessario ammettere a priori che debba essere uguale all'unità.

Se invece la sbarra è fissa nel sistema  $Ox$ , avremo:

$$(13') \quad (x_B - x_A)/a = x'_B - x'_A.$$

Ma, per il principio di relatività, il fattore di contrazione deve essere identico nei due casi. Quindi:

$$(14) \quad aq - bp = 1.$$

Questa ci permette di determinare un altro dei due coefficienti incogniti. Per determinare completamente i due coefficienti incogniti ci occorre ancora una equazione. A questo scopo potremo procedere così:

Prendiamo in considerazione un altro sistema  $O'' x''$  mobile rispetto al sistema  $O' x'$  con velocità  $w$ . Per il principio di relatività, le formule che legano le coordinate  $x', t'$  alle coordinate  $x'', t''$  devono essere identiche a quelle che legano le coordinate  $x, t$  alle coordinate  $x', t'$ , ossia le (9). Per conseguenza:

$$(15) \quad x' = a' x'' + b' t'', \quad t' = p' x'' + q' t'',$$

essendo  $a', b', p', q'$  funzioni di  $w$ , ma della stessa struttura delle funzioni di  $v$  prima considerate, cioè  $a, b, p, q$ . Sostituendo nelle (9) abbiamo:

$$x = (aa' + bp') x'' + (ab' + bq') t'' = Ax'' + Bt'',$$

$$t = (pa' + qp') x'' + (pb' + qq') t'' = Px'' + Qt'',$$

ma per la (12') risulta  $A = Q$ , ossia

$$aa' + bp' = pb' + qq',$$

da cui

$$bp' = pb',$$

che si può anche scrivere:

$$(16) \quad p/b = p'/b'.$$

Questa relazione è importantissima. Essa ci dice che il rapporto  $p/b$  è indipendente dalla velocità relativa dei due sistemi  $Ox$  ed  $O'x'$ . Indicando con  $\alpha$  questo rapporto potremo scrivere:

$$(17) \quad p = \alpha b = \alpha av.$$

Raccogliendo in un unico quadro tutti i risultati ottenuti, abbiamo:

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} a = q \\ b = av \\ aq - bp = 1 \\ p = \alpha b. \end{array} \right.$$

Da qui si ricava agevolmente:

$$a = q = 1/\sqrt{1 - \alpha v^2}, \quad b = v/\sqrt{1 - \alpha v^2}, \quad p = \alpha v/\sqrt{1 - \alpha v^2},$$

e per conseguenza:

$$(19) \quad x = (x' + vt')/\sqrt{1 - \alpha v^2}, \quad (20) \quad t = (t' + \alpha vx')/\sqrt{1 - \alpha v^2}.$$

Come è facile constatare, queste equazioni, dal punto di vista strutturale, non differiscono affatto dalle trasformazioni di LORENTZ, ma differiscono da esse in quanto, in luogo della costante  $1/c^2$  (che esprime il reciproco del quadrato della velocità della luce) vi compare la costante indeterminata  $\alpha$ .

Circa il valore ed il segno di questa costante il principio di relatività nulla ci può dire. Ciò nonostante il risultato conseguito è importantissimo. Esso mostra che utilizzando il solo principio di relatività non si giunge esattamente alle trasformazioni di LORENTZ, ma si restringe moltissimo le possibilità di altre soluzioni del problema.

In linea di massima possiamo dire che le possibilità sono tre sole:

$$\alpha = 0 \quad (\text{trasformazioni di GALILEO}),$$

$$\alpha > 0 \quad (\text{trasformazioni di LORENTZ}),$$

$$\alpha < 0 \quad (\text{trasformazioni innominate}).$$

Le trasformazioni del 3° tipo sono innominate, ma potremo chiamarle provvisoriamente trasformazioni di IGNATOWSKI, dal nome di chi per primo le ha segnalate.

Chi vuole accettare il principio di relatività è costretto a scegliere tra le tre possibilità ora segnalate.

Contro la terza di queste ( $\alpha < 0$ ) possiamo opporre il seguente ragionamento di carattere cinematico.

È ben noto che le trasformazioni di LORENTZ escludono la possibilità che un segnale possa essere trasmesso con velocità maggiore di  $c$ . Per quanto strano possa sembrare a prima vista, questa possibilità continuerebbe a sussistere anche in questa supposizione. Infatti, se  $\alpha < 0$ , possiamo supporre  $\alpha = -1/c^2$ . Le trasformazioni spazio-temporali diventano per conseguenza:

$$(19') \quad x = (x' + vt')/\sqrt{1 + (v^2/c^2)}, \quad (20') \quad t = \{t' - (v/c^2)x'\}/\sqrt{1 + (v^2/c^2)}.$$

Ciò posto, immaginiamo che un certo segnale si propaghi nel sistema  $O'x'$  da  $A'$  a  $B'$ , con velocità  $V > c$ . Abbiamo allora

$$t_B - t_A = \{t'_B - t'_A - (v/c^2)(x'_B - x'_A)\}/\sqrt{1 + (v^2/c^2)},$$

indicando con  $t'_A$  e  $t'_B$  rispettivamente i tempi di partenza e di arrivo del segnale, ed analogamente per  $t_A$  e  $t_B$ . Ma, essendo per ipotesi  $x'_B - x'_A = V(t'_B - t'_A)$ , ne consegue:

$$t_B - t_A = (t'_B - t'_A)[1 - (vV/c^2)]/\sqrt{1 + (v^2/c^2)}.$$

Ponendo  $v = c$ ,  $V > c$  si avrebbe  $t_B - t_A < 0$ . Ciò è manifestamente impossibile, se vogliamo che la relazione di causa ed effetto sia temporalmente non invertibile. Bisogna quindi escludere che possa essere  $V > c$ .

D'altra parte la struttura delle (19') e (20'), diversamente dalla struttura delle (7) e (8), matematicamente non suggerisce in alcun modo l'idea di una velocità limite. Ed infatti il radicale che compare al denominatore,  $\sqrt{1 + (v^2/c^2)}$ , ha significato qualunque sia  $v$ .

Anche se volessimo introdurre una velocità limite mediante una ipotesi addiziva, questa ammissione non avrebbe carattere invariante, il che costituisce un inconveniente.

Supponiamo, ad esempio, che nel sistema  $O'x'$  la velocità limite sia  $c$ . Dalle (19') e (20') si ha differenziando:

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{dx'}{dt'} + v\right) / \left(1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}\right).$$

Se ora poniamo  $dx'/dt' = c$ , ne consegue

$$\frac{dx}{dt} = c \frac{c+v}{c-v} > c.$$

Analogamente ponendo  $dx'/dt' = k$  ( $k < c$ ), si avrebbe

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k+v}{1-(k/e)(v/c)} > k.$$

Da ciò risulta che la posizione  $\alpha < 0$  conduce a trasformazioni le quali, pur convenendo col principio di relatività, implicano una convenzione di sincronizzazione degli orologi la quale non rispetta il naturale ordine temporale tra causa ed effetto.

Tenendo presente questo procedimento, il principio della costanza della velocità della luce può essere considerato come uno dei tanti mezzi utilizzabili per giungere alla determinazione della costante indeterminata  $\alpha$ . Se esiste un qualche cosa che si propaga con la stessa velocità  $c$  tanto per l'osservatore  $K$  come per l'osservatore  $K'$ , allora dobbiamo escludere le trasformazioni (1) e (3) e dobbiamo accettare solo le trasformazioni (2), ossia quelle di LORENTZ.

Ma i fenomeni ai quali possiamo fare ricorso per la determinazione della costante indeterminata  $\alpha$  sono infiniti <sup>(21)</sup>.

Giunti a questo punto occorre peraltro dissipare un possibile malinteso. Chi trovasse poco plausibile il postulato della costanza della velocità della luce potrebbe convenientemente ricorrere ad altri fenomeni per la determinazione della costante  $\alpha$ . Ma bisogna fare bene attenzione al senso della locuzione « plausibilità o non plausibilità del postulato in questione ». Taluni hanno

<sup>(21)</sup> Dalla dimostrazione data in questo § è facile arguire che, per specificare la costante indeterminata  $\alpha$  in modo da far coincidere le (19) e (20) con le trasformazioni di LORENTZ, al postulato della costanza della velocità della luce si può sostituire l'affermazione consistente nell'ammettere la contrazione di LORENTZ con riferimento al sistema fondamentale *Oxyz*.

Se però vogliamo che questa sostituzione sia motivata da una intrinseca plausibilità, risulta chiaramente che questa ammissione non è più agevole dell'altra. Chi trova ripugnanza ad ammettere il postulato della costanza della velocità della luce troverà molto più difficile ammettere la contrazione di LORENTZ. Per convincersene si tenga presente quanto abbiamo detto nel § I.

Comunque il tentativo di fare la sostituzione predetta risale ad IGNATOWSKI [cfr. loc. cit. in <sup>(19)</sup>]. Egli deduce la contrazione di LORENTZ dalla formula del potenziale convettivo.

Confrontisi al riguardo loc. cit. in <sup>(15)</sup> (vedasi pag. 12).

voluto vedere nel secondo postulato tradizionale della relatività una offesa alla logica. A questo riguardo si deve notare che, anche se non utilizziamo esplicitamente il secondo postulato per la deduzione delle trasformazioni di LORENTZ, queste implicano sempre che, se un qualche cosa si propaga rispetto al sistema  $Oxyz$  con velocità  $c$ , questo stesso qualche cosa si propaga con velocità  $c$  anche rispetto al sistema  $O' x' y' z'$ .

Per chi trova contraddittoria questa affermazione non c'è altro rimedio che una accurata analisi logica e psicologica delle convinzioni istintive che si oppongono all'accettazione dell'apparente paradosso.

In ordine a questo scopo, sostituire il postulato della costanza della velocità della luce con altre affermazioni può essere causa solo di confusione e malintesi.

Qualcuno però potrebbe trovare poco plausibile il postulato della costanza della velocità della luce da un punto di vista sperimentale. In questo caso il mostrare che esso può essere sostituito con molte altre affermazioni può recare una effettiva utilità.

### § 5. - Il contenuto empirico delle trasformazioni di Lorentz. Giustificazione induttiva di esse.

Le trasformazioni di LORENTZ sono leggi puramente cinematiche, anche se, storicamente, la scoperta e la giustificazione di esse dipese da considerazioni relative a problemi di elettrodinamica ed ottica. Esse infatti esprimono semplicemente una relazione tra le misure spazio-temporali di due osservatori associati a sistemi inerziali in moto relativo uniforme. Più precisamente: Se l'osservatore  $K$ , associato al sistema inerziale  $Oxyz$ , confronta con i propri i regoli e gli orologi dell'osservatore  $K'$ , associato al sistema  $O' x' y' z'$ , trova questi risultati <sup>(22)</sup>:

1) Il regolo unitario di  $K'$ , disposto secondo la direzione del moto, appare contratto, rispetto al regolo unitario proprio, secondo il rapporto  $\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ .

2) L'orologio di  $K'$  ha un ritmo rallentato rispetto al proprio secondo il rapporto precedente.

3) Due orologi del sistema mobile  $O' x' y' z'$ , sincroni rispetto a  $K'$ , e collocati in due punti diversi  $A'$  e  $B'$  (essendo il segmento  $A' B'$  parallelo alla velocità), appaiono a  $K$  sfasati di  $l(v/c^2)/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ .

<sup>(22)</sup> A. EINSTEIN, *The Meaning of Relativity*, Princeton University Press, Princeton 1946 (cfr. pag. 37).

Queste affermazioni costituiscono tutto il contenuto fisico immediato delle trasformazioni di LORENTZ. Ed infatti esse possono essere assunte come punto di partenza per dedurre le formule stesse.

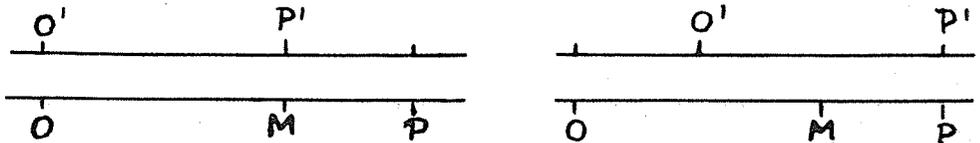
Anzi questo procedimento è considerato preferibile a quello tradizionale da molti autori moderni. Sebbene questa presunta superiorità sia alquanto discutibile, tuttavia il procedimento è certo molto interessante e sotto molti punti di vista.

Per conferire a questo procedimento la massima generalità, riteniamo opportuno fare astrazione dai valori particolari che dianzi abbiamo assegnato al rapporto di contrazione delle lunghezze, al coefficiente di rallentamento degli orologi ed al coefficiente di sfasamento.

Indicheremo queste grandezze rispettivamente con i simboli  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ . Per semplicità ci riferiremo a due sistemi lineari  $Ox$  ed  $O'x'$ . Prendiamo in considerazione una certa coincidenza, ad esempio  $PP'$ , e siano  $x$  ed  $x'$  le coordinate di  $P$  e  $P'$ , determinate rispettivamente dagli osservatori  $K$  e  $K'$ . Siano  $t$  e  $t'$  i tempi registrati da due orologi collocati in  $P$  e  $P'$  e sincroni, rispettivamente per  $K$  e  $K'$ , con gli orologi posti nelle rispettive origini. Per conseguenza  $x$  rappresenta anche la lunghezza del segmento  $OP$  misurata da  $K$ ,  $x'$  rappresenta la lunghezza del segmento  $O'P'$  misurata dall'osservatore  $K'$ .

All'inizio le origini coincidono. Sia  $M$  il punto del sistema  $Ox$  con il quale il punto mobile  $P'$  coincide allorchè coincidono le origini.

Successivamente  $P'$  coinciderà con  $P$ . È questa per l'appunto la coincidenza che vogliamo prendere in considerazione.



Abbiamo ovviamente:

$$(21) \quad x = OM + MP = \beta x' + vt.$$

L'orologio mobile, fissato in  $P'$ , segnava all'inizio (cioè all'atto della coincidenza con  $M$ ) il tempo  $\delta x'$ , se  $\delta$  è per ipotesi il coefficiente di sfasamento. All'arrivo in  $P$  esso segnerà necessariamente  $\delta x' + \gamma t$ , se  $\gamma$  è il coefficiente di rallentamento. Ossia:

$$t' = \delta x' + \gamma t.$$

Ricavando da questa  $t$  e sostituendo nella (21) si ottiene infine:

$$(22) \quad x = \frac{1}{\gamma} [(\beta\gamma - v\delta)x' + vt'],$$

$$(22') \quad t = \frac{1}{\gamma} (t' - \delta x').$$

Queste formule valgono in generale, qualunque sia il valore che vogliamo assegnare alle grandezze  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ .

Se ora prescriviamo che sia:

$$(23) \quad \beta = \gamma = \sqrt{1 - (v^2/c^2)}, \quad (24) \quad \delta = -v/c^2$$

e sostituiamo questi valori nelle (22) e (22'), otteniamo subito:

$$x = (x' + vt') / \sqrt{1 - (v^2/c^2)}, \quad t = \{ t' + (v/c^2)x' \} / \sqrt{1 - (v^2/c^2)},$$

ossia le trasformazioni di LORENTZ.

Si osservi bene che in questa dimostrazione non abbiamo fatto alcun uso del principio di relatività. Abbiamo semplicemente accettato come dato di fatto che, rispetto al sistema  $O.c$ , sussistano: a) la contrazione delle lunghezze, b) la dilatazione temporale, c) lo sfasamento degli orologi. Quando non si fanno speciali ipotesi sui valori dei coefficienti di contrazione e di sfasamento abbiamo le relazioni più generali (22) e (22'), quando si le fanno speciali ipotesi (23) e (24) abbiamo le trasformazioni di LORENTZ.

Si osservi peraltro che, se si facessero ipotesi diverse da quelle speciali ora ricordate, generalmente si andrebbe contro il principio di relatività, in quanto verrebbe a mancare quella reciprocità tra le esperienze omologhe dei due osservatori  $K$  e  $K'$  che da tale principio consegue necessariamente.

Occorre poi aggiungere una importante osservazione: Le proposizioni a) e b) sono indipendenti quando si fa astrazione dal principio di relatività, ma sono logicamente vincolate tra loro quando si accetta tale principio. Ciò risulta già da quanto è stato detto nel § 4, ma se ne potrebbero assegnare varie altre dimostrazioni.

Però, anche astraendo dal principio di relatività, la proposizione c) ha qualche relazione di dipendenza con le altre due. Si osservi infatti che tanto la proposizione a) quanto la proposizione b) sarebbero prive di senso indipendentemente da una opportuna convenzione circa la norma di sincronizzazione degli orologi.

Quando infatti diciamo che il segmento  $A'B'$ , unitario per  $K'$ , appare a  $K$  avente non lunghezza unitaria ma lunghezza  $\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ , intendiamo dire che gli estremi  $A'$  e  $B'$  coincidono simultaneamente (per  $K$ ) con gli estremi  $A$  e  $B$  di un segmento la cui lunghezza è uguale, nel senso ordinario della parola, a  $\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ .

Si vede bene da qui che l'asserzione ora fatta non avrebbe alcun significato qualora gli orologi posti in  $A$  ed in  $B$  non fossero sincronizzati secondo un ben determinato criterio. Il valore della contrazione potrebbe essere diverso qualora il criterio di sincronizzazione fosse cambiato con un altro logicamente possibile.

Lo sfasamento di cui si parla nella proposizione c) è intimamente legato con il criterio di sincronizzazione di due orologi lontani.

Per quanto concerne il sistema  $Ox$  è facile rilevare che, se l'orologio posto in  $B$  è sincrono con quello posto in  $A$  secondo una regola che, qualunque essa sia, permette il realizzarsi delle proposizioni a) e b), allora trasportando da  $A$  a  $B$  un orologio con velocità  $\mu$ , si trova, per le rispettive indicazioni, i valori

$$\overline{AB}/\mu, \quad (\overline{AB}/\mu)\sqrt{1 - (\mu^2/c^2)}.$$

La differenza

$$-(1/\mu) - (1/\mu)\sqrt{1 - (\mu^2/c^2)}$$

tende a zero per  $\mu \rightarrow 0$ . Ossia il sincronismo può essere determinato nel sistema  $Ox$  trasportando un orologio dal punto  $A$  al punto  $B$  con velocità infinitesima o con altro equivalente.

Ciò posto, possiamo dimostrare che, se la stessa convenzione è adoperata da  $K'$ , allora la proposizione c) può essere considerata conseguenza logica delle altre due.

Prendiamo infatti in considerazione i due soliti sistemi lineari  $Ox$  ed  $O'x'$ . Siano  $O$  e  $O'$  le origini, coincidenti all'istante iniziale zero. In questo stesso istante il punto del sistema  $O'x'$  coincidente (per  $K$ ) con  $B$  sia  $B'$ . L'orologio di  $K'$  collocato in  $B'$  e sincrono per  $K'$  con quello collocato nell'origine non segnerà l'ora zero ma un'altra che vogliamo determinare. Come abbiamo detto dianzi, considereremo l'orologio collocato in  $B'$  sincrono con quello in  $O'$  se, spostando con velocità infinitesima da  $O'$  un orologio identico a quello originario e segnante, all'atto della partenza, l'ora zero, questo raggiunge  $B'$  registrando la stessa ora.

Ammettiamo che l'orologio mobile si sposti, rispetto a  $K$ , con velocità  $v + \mu$ , essendo  $\mu$  infinitesimo. Perciò l'orologio mobile raggiungerà il punto  $B'$  dopo un tempo (valutandolo  $K$ ) dato da

$$\overline{OB}/\mu = \{x'_B \cdot \sqrt{1 - (v^2/c^2)}\} / \mu.$$

In questo stesso istante l'orologio fisso in  $B'$  segnerà l'ora <sup>(23)</sup>

$$\delta x'_B + (x'_B/\mu) \{ 1 - (v^2/c^2) \},$$

mentre l'orologio mobile deve segnare l'ora

$$(x'_B/\mu) \sqrt{1 - (v^2/c^2)} \sqrt{1 - \{ (v + \mu)^2/c^2 \}}.$$

Al limite, per  $\mu \rightarrow 0$ , questi due tempi dovranno essere, per un opportuno valore di  $\delta$ , uguali. Dovrà essere cioè:

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} [x'_B (\delta + \{ 1 - (v^2/c^2) \} / \mu)] = \lim_{\mu \rightarrow 0} [(x'_B/\mu) \sqrt{1 - (v^2/c^2)} \sqrt{1 - \{ (v + \mu)^2/c^2 \}}]$$

o anche

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} [\delta \mu + \{ 1 - (v^2/c^2) \} - \sqrt{1 - (v^2/c^2)} \sqrt{1 - \{ (v + \mu)^2/c^2 \}}] (1/\mu) = 0.$$

Questo rapporto, al tendere di  $\mu$  a zero, assume la forma  $0/0$ . Applicando la regola di DE L'HOSPITAL si ottiene

$$\delta + (v/c^2) = 0.$$

Per conseguenza deve essere  $\delta = -v/c^2$ . Quindi nell'istante zero, l'orologio di  $K'$ , collocato nel punto di coordinata  $x'_B$  deve registrare il tempo  $-(v/c^2)x'_B$  od anche

$$-(v/c^2)x'_B \sqrt{1 - (v^2/c^2)}.$$

---

<sup>(23)</sup> Infatti  $\delta$  è il coefficiente di sfasamento, per cui  $\delta x'_B$  è lo sfasamento iniziale dell'orologio in questione. Questo si sposta per un tempo (giudicato dall'osservatore  $K$ ) pari a  $x'_B/\mu = (x'_B/\mu) \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ , ma poiché procede con ritmo rallentato esso avanza di  $(x'_B/\mu) \sqrt{1 - (v^2/c^2)} \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ , da cui la formula data nel testo.

## § 6. - Punto di vista lorentziano ed einsteiniano. La teoria dell'etere. I paradossi della relatività.

Il procedimento induttivo <sup>(24)</sup> che abbiamo ora esposto e sul quale torneremo a discutere è preferito specialmente da quei fisici che possono essere considerati i continuatori del pensiero di LORENTZ. Sebbene costoro siano oggi molto pochi ed inoltre il loro modo di vedere sia poco plausibile, come tra poco vedremo, tuttavia è interessante per varie ragioni esporre brevemente il loro sistema.

Caratteristica essenziale di questo è l'affermazione della compatibilità delle trasformazioni di LORENTZ con l'ammissione di un sistema privilegiato: quello solidale con l'etere cosmico.

Non si deve credere peraltro che questa premessa sia indispensabile per dare la preferenza al metodo dianzi descritto. Questo è effettivamente preferito anche da parecchi che si professano relativisti einsteiniani e che per conseguenza considerano come superata la teoria dell'etere.

Che di fatto questa via per giungere alle trasformazioni di LORENTZ sia migliore delle altre non è affatto evidente, ma indubbiamente essa presenta qualche vantaggio da certi punti di vista. Soprattutto essa mostra molto bene l'insistenza di certi paradossi della cinematica relativistica che da principio suscitarono tante aspre polemiche.

Quali sono i paradossi della relatività e quale ne è la loro origine?

Non è agevole rispondere alla domanda così generica in forma precisa e completa, poichè è ovvio che le difficoltà di accettare una data teoria molto spesso conseguono dalla struttura mentale dell'individuo e sono per conseguenza infinite, come sono infinite le strutture individuali.

Volendo limitarci a considerare solo quelle difficoltà che più o meno furono sentite da molti studiosi, possiamo dire che queste in sostanza si riducono a due sole.

---

(24) Su questa locuzione « procedimento induttivo » occorre guardarsi dagli equivoci. In linea di massima per procedimento induttivo intendiamo un procedimento in cui si sale dal particolare all'universale. La deduzione esposta nel § precedente non può essere considerata tale nel senso letterale della parola, poichè l'insieme delle tre proposizioni a), b) e c) enunciate nel § 5 (non le singole, bene inteso!) costituiscono il contenuto delle trasformazioni di LORENTZ e perciò equivalgono logicamente ad esse. Però quando si procura di stabilire quelle tre proposizioni sull'esperienza è inevitabile un procedimento induttivo propriamente detto, nel quale è impossibile evitare estrapolazioni. Circa l'efficacia di questo procedimento induttivo abbiamo trattato dettagliatamente nella Memoria citata in <sup>(15)</sup> (cfr. Parte II).

1) Difficoltà di ammettere la reciprocità della contrazione delle lunghezze e della dilatazione temporale.

2) Difficoltà di ammettere la legge relativistica di composizione delle velocità.

Queste difficoltà possono avere una duplice origine e questa distinzione deve essere tenuta ben presente da chi vuole discuterle fruttuosamente.

Talvolta esse provengono da malintesi. Non tutti cioè comprendono bene il senso genuino di certe affermazioni relativistiche per cui talvolta si attribuiscono al relativista opinioni che costui non ha mai sognato. Ma anche chi comprende bene le affermazioni relativistiche può provare all'inizio un senso di disagio, poichè indubbiamente la teoria della relatività costituisce una transizione da una forma di pensiero a cui si era abituati ad un'altra notevolmente diversa.

Nel primo caso è evidente che si tratta di chiarire il senso autentico delle proposizioni relativistiche. Nel secondo caso si tratta di sottoporre ad una accurata analisi critica quelle convinzioni istintive che in realtà dipendono solo da abitudine mentale, ma che si tende a confondere con necessità logiche.

Il procedimento induttivo che abbiamo prima brevemente descritto ci permette di mostrare chiaramente e la coerenza logica della cinematica relativistica ed il significato preciso delle sue affermazioni.

Consideriamo, ad esempio, quella che è la difficoltà tipica: la reciprocità della contrazione di LORENTZ.

Per semplicità considereremo due sistemi lineari  $Ox$  ed  $O'x'$ , che possiamo pensare costituiti da due regoli rigidi scorrenti l'uno sull'altro con velocità costante  $v$ , e lunghi quanto ci occorrerà considerare. Inoltre assumeremo come unità di lunghezza quella che ci permette di porre  $c = 1$ .

Sia ancora  $v = \sqrt{3}/2$ . In questa posizione il rapporto di contrazione diventa  $1/2$ . Sia  $Ox$  il sistema fisso, quello cioè sul quale ci collocheremo. Che cosa vuol dire che la lunghezza mobile della sbarra  $O'P'$  si contrae?

Per trovare questo risultato l'osservatore  $K$  compie questa operazione. In primo luogo egli constata che gli estremi della sbarra mobile  $O'P'$  coincidono simultaneamente con gli estremi della sbarra fissa  $OP$ . Per fare questo si richiede che in  $O$  ed in  $P$  siano posti due orologi uguali e sincronizzati. L'osservatore  $K$  è in grado di constatare che la coincidenza  $OO'$  si ha quando l'orologio collocato in  $O$  segna un tempo determinato, ad esempio il tempo zero. Se la coincidenza  $PP'$  si ha parimenti quando l'orologio collocato in  $P$  (e sincrono per  $K$  con quello collocato nell'origine) segna l'ora zero, diremo che le coincidenze  $OO'$  e  $PP'$  sono sincronizzate. Ciò posto, supponiamo che la lunghezza della sbarra mobile  $O'P'$  abbia, rispetto all'osservatore  $K'$  con essa solidale, un certo valore  $l'$ . I criteri con i quali potrebbe essere fissato questo valore non

sono imposti da qualche legge « a priori », essi dipendono in ultima analisi da qualche convenzione. Occorre però che le convenzioni siano identiche per l'osservatore  $K$  e per l'osservatore  $K'$ , naturalmente per ciò che si riferisce alle lunghezze con essi solidali. Potremo pensare, ad esempio, che i due regoli considerati siano cristalli regolari di due sostanze specificamente identiche, cristallizzanti nel sistema cubico. In questo caso essi potranno convenire di chiamare unitaria quella lunghezza che contiene  $n$  atomi. Ciò posto, dire che la lunghezza della sbarra  $O'P'$  è uguale ad  $l'$  per l'osservatore  $K'$  equivale a dire che tra  $O'$  e  $P'$  sono compresi  $l'n$  atomi. Per l'osservatore  $K$  la lunghezza della sbarra mobile  $O'P'$  è per definizione la lunghezza della sbarra quiescente  $OP$  con i cui estremi coincidono simultaneamente gli estremi  $O'$  e  $P'$ . Se tra  $O$  e  $P$  sono compresi  $ln$  atomi, diremo che  $ln$  è la lunghezza della sbarra mobile  $O'P'$  per l'osservatore  $K$ .

Nell'esempio considerato (velocità  $=\sqrt{3}/2$ , quindi rapporto di contrazione uguale ad  $1/2$ ) l'osservatore  $K$  constaterrebbe che, mentre tra gli estremi  $O$  e  $P$  sono compresi  $ln$  atomi, tra gli estremi  $O'$  e  $P'$  sono compresi  $2ln$  atomi.

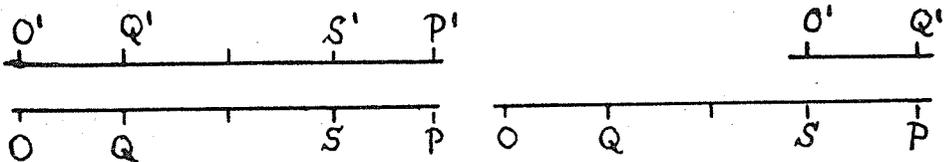
Si tratta di una operazione fisica niente affatto sostanzialmente diversa da quella con la quale si accerta che esiste in natura la dilatazione termica. Ed effettivamente la contrazione di LORENTZ, finchè si astrae dalla reciprocità, non apparisce affatto contraria alla logica ed al buon senso.

Ma come si può conciliare la precedente asserzione con l'altra, pure essa genuinamente relativistica, secondo la quale anche l'osservatore  $K'$  ha il diritto di proclamare che la sbarra  $OP$  si contrae rispetto alla sua unità di misura?

Le due asserzioni sembrano logicamente incompatibili.

Questa difficoltà deriva però da un malinteso. Ed infatti taluni credono che, quando l'osservatore  $K'$  giudica, conformemente a quanto vuole la relatività, che la sbarra  $OP$  si contrae, egli confronti la sbarra  $OP$  con la sbarra  $O'P'$  e giudichi che  $O'P'$  sia minore di  $OP$ . Ma questo è falso.

Infatti, nell'esempio citato, l'orologio collocato in  $P'$  e sincrono, per  $K'$ , con quello situato nell'origine  $O'$ , non registra affatto il tempo zero, all'atto della coincidenza con  $P$ , ma il tempo  $t' = -\sqrt{3}l$ . La coincidenza che  $K'$  giudica simultaneamente con  $OO'$  è la coincidenza  $Q'P$ , essendo  $Q'$  un punto del suo sistema posto a distanza  $l/4$ .



Questo lo si può vedere giudicando dal punto di vista dell'osservatore  $K$ . Ed infatti, al momento attuale (quando cioè  $O'$  coincide con  $O$ )  $Q'$  coincide

con  $Q$ , posto a distanza  $l/4$ . L'orologio collocato in  $Q'$  registra il tempo  $-(\sqrt{3}/4)l$  ed esso giunge in  $P$  dopo un tempo  $(3/4)l : (\sqrt{3}/2) = (\sqrt{3}/2)l$ , e poichè procede con ritmo rallentato (secondo il fattore  $1/2$ ) esso registrerà, all'atto della coincidenza con  $P$ , il tempo

$$-(\sqrt{3}/4)l + (\sqrt{3}/2)l/2 = 0.$$

Per conseguenza, quando l'osservatore  $K'$  giudica che la sbarra  $OP$  si contrae, egli confronta questa con  $O'Q'$ , e non già con  $O'P'$ .

Anche per il rallentamento degli orologi si potrebbe fare una analisi simile e si mostrerebbe che la reciprocità ammessa dal relativista è logicissima, purchè naturalmente sia bene intesa <sup>(25)</sup>. Il metodo presente mostra la cosa con assoluta evidenza, poichè le premesse del ragionamento sono costituite da proposizioni che esprimono i risultati di esperimenti concettuali eseguibili da uno solo degli osservatori, precisamente dall'osservatore  $K$ . Niente si postula a priori circa quello che deve osservare  $K'$ , quando questi fa esperienze omologhe. Solo in virtù di un ragionamento successivo si mostra che l'osservatore  $K'$  deve osservare le stesse deformazioni lorentziane che osserva  $K$ . Risulta perciò in modo irrefragabile che la reciprocità relativistica non è contraria alla logica, ma è anzi da questa richiesta.

A questo punto sorge però spontaneamente una domanda alla quale anche oggi non sempre si risponde correttamente: La contrazione di LORENTZ è reale o apparente? Il rallentamento degli orologi è reale od apparente?

Taluni credono di dovere rispondere che, essendo la contrazione reciproca, questa non può essere che apparente. Ma questa risposta non può considerarsi soddisfacente. Nè possiamo cavarci d'impaccio dicendo che la questione è puramente filosofica.

A questo riguardo occorre osservare che esiste una profonda differenza tra i fisici che aderiscono al punto di vista einsteiniano e quelli che aderiscono al punto di vista lorentziano. Per EINSTEIN e seguaci (oggi possiamo dire per la quasi totalità dei fisici) la contrazione di LORENTZ (ed altrettanto dicasi del rallentamento degli orologi) è reale in quanto essa è il risultato di un esperimento almeno concettualmente eseguibile. Ed accettando questa interpretazione, come dianzi abbiamo visto, sussiste la più perfetta reciprocità. Non c'è nessuna ragione per asserire che l'esperienza di  $K$  sia più vera dell'esperienza di  $K'$ .

---

<sup>(25)</sup> Confrontasi a questo riguardo la Nota dell'autore: *Sopra una riabilitazione della teoria balistica della luce*, Ottica 5 (1951), 109-111.

Invece LORENTZ ed i suoi seguaci intendono la cosa in modo notevolmente diverso, non in senso strettamente empirico, ma in un senso che vorrebbe andare al di là dell'esperimento. Per costoro il sistema  $Oxyz$ , solidale con l'etere cosmico, è ontologicamente (se pure non empiricamente) privilegiato.

Per fissare le idee, facciamo attenzione al rallentamento degli orologi. Indichiamo con  $\alpha$  l'orologio solidale con l'origine  $O$  del sistema  $Oxyz$  ed indichiamo con  $\alpha'$  l'orologio solidale con l'origine  $O'$  del sistema  $O'x'y'z'$ . Per costoro, quando l'osservatore  $K$  giudica che l'orologio  $\alpha'$  rallenta rispetto al suo  $\alpha$ , egli giudica conformemente alla realtà. Quando invece  $K'$  giudica che al contrario è l'orologio  $\alpha$  che rallenta rispetto al suo, egli è ingannato dall'apparenza. Il fisico lorentziano concede che, da un punto di vista puramente empirico, la distinzione precedente non ha significato, poichè in fondo tanto l'osservatore  $K$  che l'osservatore  $K'$  basano le loro asserzioni sui risultati di identiche operazioni fisiche. Però, secondo costoro, il procedimento con il quale l'osservatore  $K$  determina il comportamento dell'orologio  $\alpha'$  è degno di fiducia, in quanto egli utilizza orologi del suo sistema che sono *realmente* sincroni. Ma l'osservatore  $K'$  nel fare la stessa operazione non dispone di orologi *realmente* sincroni. L'operazione con la quale egli determina il sincronismo è viziata dal suo stato di moto. Tuttavia costui, non potendo determinare il moto del suo sistema rispetto all'etere, non può fare diversamente e quindi non è degno di rimprovero <sup>(26)</sup>.

Riassumendo, possiamo dire così: Il fisico lorentziano distingue tra realtà empirica e realtà obbiettiva. La reciprocità è vera solo da un punto di vista strettamente empirico. In realtà è solo l'orologio mobile rispetto all'etere quello che rallenta. Al contrario i relativisti puri sostengono che la fisica debba limitarsi all'osservabile per cui la predetta distinzione è priva di senso. Secondo costoro la contrazione di LORENTZ è reale come sono reali tutte le esperienze fisiche.

Una questione di questo genere non può essere risolta con la sola logica e neppure con l'esperimento. Si può tuttavia dire che la tesi dei fisici lorentziani urta contro formidabili difficoltà, specialmente da un punto di vista epistemologico.

Possiamo infatti chiedere a costoro che cosa essi pensano del principio di relatività. Lo ammettono essi in tutta la generalità?

Se la risposta è affermativa, e si vuole parimenti restare fedeli a quel modo di vedere, si deve dire che esso ha un valore puramente empirico. In questo

---

<sup>(26)</sup> Questo punto di vista è stato sostenuto recentemente in modo sistematico da K. JELLINEK: **Weltsystem, Weltäther und die Relativitätstheorie**, Wepf e Co., Basel 1949. Cfr. in particolare pp. 29-35.

Anche H. E. IVES è stato un sostenitore fervente di questo modo di vedere.

caso però si comprende male (anche se la cosa non è assolutamente illogica) che la natura sia così ordinata che il moto assoluto, pur essendo obbiettivamente esistente, debba restare inconoscibile per principio, qualunque possa essere lo sforzo che faccia l'uomo per determinarlo. Basta riflettere seriamente alla cosa perchè essa ci appaia davvero paradossale.

Se poi si ritiene che esso non valga in tutta la sua generalità, allora la teoria della relatività sarebbe una costruzione provvisoria. Ed infatti, se esistesse un esperimento capace di rivelare il moto attraverso l'etere, allora sarebbe possibile, anzi molto ragionevole, restaurare il concetto di simultaneità assoluta. Ma ciò facendo, le trasformazioni di LORENTZ non sarebbero più valide, pur restando vero che, rispetto all'osservatore solidale con l'etere, le sbarre rigide si contraggono e gli orologi mobili rallentano.

Poichè il principio di relatività ha in suo favore la totalità delle esperienze finora eseguite, è difficile accettare il punto di vista lorentziano.

### § 7. — Osservazioni circa i fondamenti empirici della precedente dimostrazione.

#### La nuova teoria di JÁN OSSY.

La precedente giustificazione delle trasformazioni di LORENTZ è preferita da alcuni autori moderni. Costoro peraltro non sono affatto concordi circa le ragioni che inducono a preferirla.

È chiaro che la forza dimostrativa del procedimento in esame dipende in ultima analisi dalla certezza delle proposizioni che si assumono come principi e che esprimono il contenuto empirico delle trasformazioni predette.

H. E. IVES<sup>(27)</sup> parte essenzialmente da queste premesse:

a) Esiste un sistema di riferimento *Oxyz* rispetto al quale i fenomeni elettromagnetici sono adeguatamente rappresentati dalle equazioni di MAXWELL.

b) Anche per i fenomeni elettromagnetici sono validi i principi di conservazione dell'energia e della quantità di moto.

Questo autore identifica senz'altro questo sistema *Oxyz* con quello solidale con l'etere cosmico, di cui egli è stato nel periodo recente (dopo la morte di LORENTZ, 1928) il più ardente fautore.

Anche K. JELLINEK<sup>(28)</sup> si è fatto sostenitore di questa posizione, ma costui, per quanto concerne la giustificazione delle trasformazioni di LORENTZ, non si allontana dal punto di vista tradizionale.

<sup>(27)</sup> H. E. IVES, *Derivation of the Lorentz transformations*, Philos. Mag. (7) 36 (1945), 392-403.

<sup>(28)</sup> Loc. cit. in <sup>(26)</sup>.

Indipendentemente dall'ammissione dell'etere, H. E. IVES<sup>(29)</sup> ritiene che le deformazioni lorentziane siano sicuramente stabilite dall'esperienza. Questa opinione, fortemente impugnata da H. DINGLE<sup>(30)</sup>, è stata sostenuta anche da relativisti puri molto autorevoli, tra i quali KENNEDY e ROBERTSON<sup>(31)</sup>.

Gli esperimenti sui quali questi autori basano la loro fiducia sono:

- 1) L'esperimento di MICHELSON.
- 2) L'esperimento di KENNEDY.
- 3) L'esperimento di IVES e STILWELL.

Un esame critico del valore probativo di questi esperimenti richiederebbe molto tempo ed esula dagli scopi di questa Memoria. Rimandiamo perciò ad altri scritti dell'autore<sup>(32)</sup>.

Qui ci limitiamo a segnalare la necessità di andare molto cauti nell'affidarsi ad un empirismo troppo radicale, del quale è tanto facile dimenticarsi nel corso delle dimostrazioni. Ed effettivamente la giustificazione delle deformazioni lorentziane a partire da questi esperimenti è abbastanza convincente per chi ammette l'etere. Per gli altri (ossia per i relativisti puri) la giustificazione riesce solo introducendo altre proposizioni che non possono considerarsi del tutto evidenti e che perciò devono essere giustificate mediante altri esperimenti. La pretesa di fondarsi unicamente sull'esperienza è alquanto discutibile.

Senza dubbio l'attuale procedimento fa a meno del principio di relatività, ma è forse questo un vantaggio?

In apparenza una risposta positiva potrebbe sembrare molto plausibile. Infatti l'accettazione di un principio così generale quale è il principio in que-

<sup>(29)</sup> H. E. IVES: *Graphical exposition of the Michelson-Morley experiment*, J. Opt. Soc. Amer. **27** (1937), 177-180; *Light signals on moving bodies measured by transported rods and clocks*, J. Opt. Soc. Amer. **27** (1937), 263-273; *The aberration of clocks and the clock paradox*, J. Opt. Soc. Amer. **27** (1937), 305-309; *Apparent lengths and times in systems experiencing the Fitzgerald-Larmor-Lorentz contractions*, J. Opt. Soc. Amer. **27** (1937), 310-313; *An experimental study of the rate of a moving atomic clock*, J. Opt. Soc. Amer. **28** (1938), 215-226; *Light signals sent around a closed path*, J. Opt. Soc. Amer. **28** (1938), 296-299.

<sup>(30)</sup> H. DINGLE: *The interpretation of the Michelson-Morley and Kennedy-Thorndike experiments*, Phil. Mag. **27** (1939), 693-702; *The relativity of time*, Nature **144** (1939), 888-890, 1046-1047.

<sup>(31)</sup> R. J. KENNEDY and E. W. THORNDIKE, *Experimental establishment of the relativity of time*, Physical Rev. (2) **42** (1932), 400-418. H. P. ROBERTSON, *Postulate versus observation in the special theory of relativity*, Rev. Modern Physics **21** (1949), 378-382.

<sup>(32)</sup> Per una analisi comparata degli argomenti favorevoli e contrari alla tesi attuale, cfr.: loc. cit. in <sup>(15)</sup> (v. Parte II).

stione implica fatalmente un rischio. D'altra parte le trasformazioni di LORENTZ potrebbero essere vere anche se il principio di relatività non fosse valido in tutta la sua estensione.

Si deve però aggiungere che in questo caso esse perderebbero tutto il loro valore euristico, quello cioè che le rende tanto preziose in tutti i campi della fisica. Ed infatti la loro essenziale prerogativa consiste nel facilitare la scoperta delle leggi di natura e questa utilissima funzione ausiliaria si esplica sempre in unione al principio di relatività. È conveniente perciò che la potenza di questo principio sia messa alla prova anche nell'invenzione delle leggi cinematiche.

Occorre infine segnalare che nella giustificazione induttiva delle trasformazioni di LORENTZ può essere implicita anche una interpretazione del loro contenuto diversa da quella abituale. A questo riguardo merita attenta considerazione la nuova teoria di JÁNOSY<sup>(33)</sup>.

Secondo le dichiarazioni di questo autore, il suo scopo è quello di « presentare una dettagliata analisi delle classiche considerazioni che hanno indotto EINSTEIN alla nota interpretazione delle trasformazioni di LORENTZ ». Il risultato essenziale dell'analisi è il seguente: « Le trasformazioni di LORENTZ si comprendono meglio in un modo che è più vicino a quello di FITZGERALD e di LORENTZ che a quello di EINSTEIN. Inoltre si conclude che la velocità della luce non è il limite superiore della velocità di propagazione di qualsivoglia azione fisica; ma è solo il limite superiore della velocità con la quale si propaga la maggior parte delle azioni fisiche. »

L'articolo di JÁNOSY, per essere bene inteso, deve essere messo a confronto con un articolo dello stesso autore pubblicato subito dopo, il quale tratta dell'interpretazione di alcune formule fondamentali della meccanica quantistica<sup>(34)</sup>. JÁNOSY preferisce dare all'onda di DE BROGLIE una interpretazione realistica, contro l'opinione quasi generale dei fisici. Una delle difficoltà più gravi che si oppone a questa interpretazione dell'onda di DE BROGLIE è il suo contrasto con una asserzione, generalmente accettata, della teoria della relatività, secondo la quale è impossibile che una qualunque azione fisica si possa trasmettere con velocità maggiore della velocità della luce. JÁNOSY quindi si propone di discutere esaurientemente la domanda se in realtà una corretta interpretazione delle trasformazioni di LORENTZ richieda ineluttabilmente l'ammissione della predetta proposizione.

Egli crede che sia possibile dare alle trasformazioni di LORENTZ una inter-

<sup>(33)</sup> L. JÁNOSY, *Über die physikalische Interpretation der Lorentz-Transformation*, Ann. Physik (6) **II** (1953), 293-322.

<sup>(34)</sup> L. JÁNOSY, *Die physikalische Problematik des Teilchen-Wellen-Problems der Quantenmechanik*, Ann. Physik (6) **II** (1953), 323-361.

pretazione la quale non si oppone a nessun fatto fisico accertato e che permette di evitare quella conclusione.

Il dubbio avanzato da JÁNOSY potrebbe sembrare ragionevole in quanto lo stesso EINSTEIN, nel dedurre dalle trasformazioni di LORENTZ quel corollario, mostra di volere fare qualche riserva da un punto di vista strettamente logico: « Sebbene questo risultato, conclude EINSTEIN, secondo la mia opinione (meiner Meinung nach) non contenga una intrinseca contraddizione, tuttavia esso contraddice in modo così incondizionato tutta la nostra esperienza, che mediante esso risulta dimostrato in modo soddisfacente l'impossibilità della posizione  $W > V$  <sup>(35)</sup> ».

Non è facile riassumere in breve il pensiero di JÁNOSY. Tuttavia, dopo le cose che abbiamo dette, esso apparirà sufficientemente chiaro.

Il modo con il quale egli vorrebbe stabilire le trasformazioni di LORENTZ non differisce sostanzialmente dal procedimento che abbiamo chiamato induttivo.

Egli avverte ripetutamente che il suo modo di vedere non coincide affatto con quello di LORENTZ, in quanto egli non intende fare alcuna concessione all'ammissione dell'etere o all'ammissione del moto assoluto <sup>(36)</sup>.

Tuttavia egli parte dall'ammissione che in un certo sistema di riferimento i corpi rigidi ed i cronometri mobili si comportano così come vuole la relatività, dall'ammissione cioè che costituisce il nucleo fondamentale del procedimento induttivo.

Che per questa via si possa giungere alle trasformazioni di LORENTZ è però ben noto da molto tempo, come abbiamo precedentemente mostrato.

Ma quale sarebbe il vantaggio che JÁNOSY si ripromette in ordine agli scopi da lui perseguiti?

Come abbiamo detto, egli intende soprattutto mostrare che l'impossibilità di ammettere azioni che si propagano con velocità maggiore di  $c$ , non consegue rigorosamente dalla relatività.

A differenza di altri autori che danno la preferenza al metodo induttivo, egli procura di intendere casualmente la contrazione di LORENTZ, e perciò egli si avvicina alla posizione di LORENTZ più di quanto non creda.

JÁNOSY, al pari di LORENTZ, pensa che la contrazione dei corpi rigidi consegua dal fatto che il movimento altera l'intensità delle forze che tengono uniti gli atomi. Però JÁNOSY sottolinea il fatto che le azioni responsabili della

<sup>(35)</sup> A. EINSTEIN, *Über die von Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie*, Ann. Physik (4) 23 (1907), 371-384.

<sup>(36)</sup> H. A. LORENTZ, **The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat.** (A course of lectures delivered in Columbia University, New York, in March and April 1906), B. G. Teubner, Leipzig 1909.

coesione dei corpi rigidi si propagano con velocità uguale a  $c$ . Che la contrazione esista ed assuma quel valore che gli si attribuisce in relatività sarebbe quindi intimamente connesso con la velocità di propagazione di determinate interazioni.

Nessuno perciò ha il diritto di escludere « a priori » altri tipi di interazioni che si propagano con velocità maggiore ed anche eventualmente infinita. Bisognerà dire peraltro che queste interazioni nulla hanno a che vedere con quelle che sono responsabili della coesione dei corpi.

Ma proprio per questo motivo è subito manifesto che la contrazione di LORENTZ non può escludere azioni fisiche di questo tipo.

D'altra parte, se le trasformazioni di LORENTZ sono conseguenze della contrazione, non è affatto giusto dedurre da dette trasformazioni l'impossibilità di azioni che si propagano con velocità maggiore di  $c$ .

Oppure, in altre parole: Se le trasformazioni di LORENTZ sono vere in quanto esse esprimono delle determinate proprietà reali della materia sulla quale noi sperimentiamo, non sembra affatto giusto utilizzare le predette trasformazioni per escludere possibilità che nulla hanno a che vedere con le reali proprietà dalle quali abbiamo preso le mosse.

Questo è in breve il pensiero di JÁNOSSY. Il ragionamento ha, a prima vista, una certa plausibilità, ma a noi non sembra che esso possa reggere alla critica.

Senza dubbio da un punto di vista puramente logico, non ripugna ammettere che siano valide le trasformazioni di LORENTZ ed ammettere nello stesso tempo che alcune interazioni si propagano con velocità maggiore di  $c$ . Ma in questo caso continuerebbe a sussistere il principio di relatività? A noi non sembra.

Per vederlo meglio, supponiamo che possano esistere interazioni che si propagano con velocità infinita. Allora esisterebbe un sistema di riferimento  $Oxyz$ , che i fisici lorentziani identificherebbero con quello solidale con l'etere, nel quale sarebbe indifferente sincronizzare orologi lontani con segnali luminosi o con le presunte interazioni aventi velocità infinita.

Ma questa proprietà sarebbe prerogativa di un solo sistema e perciò permetterebbe di riconoscerlo. Questa distinzione non sarebbe compatibile con il principio di relatività.

Si deve poi osservare che le trasformazioni di LORENTZ non solo implicano che, con riferimento ad un certo sistema  $Oxyz$ , valgano le deformazioni di LORENTZ, ma implicano altresì che le coordinate  $(x, y, z)$  e le coordinate  $(x', y', z')$  siano determinate con procedimenti omologhi.

Ad esempio, se l'osservatore  $K$  sincronizza orologi lontani mediante segnali luminosi ed attribuendo alla velocità della luce la velocità  $c$ , l'osservatore  $K'$  deve fare altrettanto. Se l'osservatore  $K'$  attribuisse alla velocità della luce il valore  $c - v$  oppure  $c + v$ , secondo il verso, potrebbero esistere ancora le deformazioni lorentziane rispetto all'osservatore  $K$ , ma non sarebbero vere le trasformazioni di LORENTZ.

Se esistessero segnali che si propagano con velocità infinita, sarebbe molto naturale assumere proprio questi come mezzi di sincronizzazione.

Il motivo per cui EINSTEIN ha escluso la possibilità dell'esistenza di azioni che si trasmettono con velocità maggiore di  $c$  è ben noto e non occorre ripeterlo.

Per vedere meglio quale sia la natura del paradosso cui si andrebbe incontro in tal caso, può giovare il seguente ragionamento. Supponiamo che esistano segnali che si trasmettono con velocità infinita.

Riferiamoci ai soliti due sistemi lineari  $Ox$  ed  $O'x'$ . All'inizio coincidano le origini  $O$  e  $O'$ , ed all'atto della coincidenza  $OO'$  entrambi gli orologi collocati in  $O$  ed in  $O'$  segnino zero. Siano  $P$  e  $P'$  due punti, rispettivamente del sistema  $Ox$  ed  $O'x'$ , i quali, per l'osservatore  $K$ , coincidano simultaneamente con la coincidenza  $OO'$ . Accettando le trasformazioni di LORENTZ, dobbiamo ammettere che all'atto della coincidenza  $PP'$ , mentre l'orologio collocato in  $P$ , sincrono per l'osservatore  $K$  con quello collocato in  $O$ , segna l'ora zero, l'orologio collocato in  $P'$ , sincrono per l'osservatore  $K'$  con quello collocato in  $O'$  deve segnare l'ora  $-x'v/c^2$ . Questo sfasamento è necessario perchè l'osservatore  $K'$  possa attribuire alla luce la velocità  $c$ .

Se ora esistessero segnali che si propagano con velocità infinita, un segnale che parta da  $O'$  all'atto della coincidenza con  $O$ , raggiungerebbe  $P'$  quando questo punto coincide con  $P$ , ossia, per quanto abbiamo ora visto, quando l'orologio collocato in  $P'$  segna l'ora  $-x'v/c^2$ . In altre parole, per l'osservatore  $K'$  il segnale arriverebbe prima della partenza!

Sarebbe questo contrario alla logica? Se si vuole accettare il criterio decisamente positivistico per cui il sincronismo è puramente convenzionale, non si vede la ragione per cui si sia costretti ad utilizzare un metodo piuttosto che un altro. Non è quindi rigorosamente obbligatorio utilizzare segnali che si propagano con velocità infinita, anche qualora questi fossero realmente esistenti. Si potrebbe distinguere solo tra criteri più o meno comodi.

Però, anche positivisticamente parlando, le convenzioni fondamentali devono ordinare le nostre sensazioni in modo che queste possano essere inquadrare in schemi sufficientemente efficienti, data la natura della nostra mente.

Una convenzione di sincronismo che non rispetti l'abituale ordinamento di causa ed effetto non sarebbe idonea al razionale coordinamento dei fenomeni fisici.

Riassumendo: Non c'è contraddizione logica tra l'ammettere che esistano, rispetto ad un sistema di riferimento  $Oxyz$ , le deformazioni lorentziane e l'ammettere segnali che si propagano con velocità infinita. Però in questo caso non si potrebbe parlare di principio di relatività ed inoltre sarebbe molto più conveniente, anzi quasi necessario, sincronizzare orologi lontani usando proprio questi segnali. In questo caso non si potrebbe neppure parlare di trasformazioni di LORENTZ.

Per conseguenza la teoria di JÁNOSY non ci sembra plausibile.