Riv. Mat. Univ. Parma (4) **16** (1990), 1-4

GIULIO MATTEI (*)

Una osservazione sul calcolo del coefficiente di assorbimento dell'onda magnetoacustica (**)

A TRISTANO MANACORDA Maestro ed amico
per il suo 70° compleanno l'autore offre
questa modesta nota con affetto e gratitudine

1 - Introduzione

Akhiezer et al. in [**1**] (n. 2.1.4) hanno calcolato il coefficiente di assorbimento γ, supposto piccolo, delle onde magnetofluidodinamiche (MFD) piane sinusoidali di piccola ampiezza in un fluido comprimibile.

Nel caso di propagazione ortogonale al campo magnetico, per l'onda magnetoacustica — unica possibile in questo caso — risulta (cfr. [**1**] formula (2.1.4.9)) — onde del tipo $\exp[i(kx-\omega t)]$ —

$$\gamma = \frac{\nu_m \omega^2 A_0^2}{2u^5}. \tag{1.1}$$

Nella (1.1) $\nu_m = c^2/4\pi\mu\sigma$ è il coefficiente di viscosità magnetica (c velocità della luce nel vuoto, μ permeabilità magnetica costante, σ conduttività elettrica costante), $\boldsymbol{A}_0 = \boldsymbol{B}_0/\sqrt{4\pi\mu\rho_0}$ è la velocità di Alfvén ($\boldsymbol{B}_0/\mu$ e ρ_0 valori costanti del campo magnetico e della densità nello stato imperturbato), $u = \omega/k = (a_0^2 + A_0^2)^{1/2}$, con a_0 velocità del suono, è la velocità di fase dell'onda magnetoacustica (si usa il sistema di unità di misura di Gauss).

Ci si riferisce qui all'assorbimento causato essenzialmente dalla conducibilità elettrica finita data la sua importanza preminente, trascurando quello dovuto alla

(*) Indirizzo: Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, Università, I-56100, Pisa.
(**) Ricevuto: 30-I-1989.

viscosità e alla conducibilità termica (cfr. [3] e [4]), anche se le considerazioni svolte nel seguito sussisterebbero inalterate, a parte l'appesantimento algebrico, se si rinunciasse a questa semplificazione.

La determinazione di γ in [1] è effettuata per le onde di prefissata frequenza attraverso l'equazione di dispersione in presenza dei coefficienti dissipativi, calcolando la parte immaginaria di k e trascurando in questo calcolo i termini di ordine superiore nei detti coefficienti.

Scopo di questa breve nota è quello di ritrovare la formula (1.1) per altra via, basandosi essenzialmente su considerazioni energetiche.

2 - Calcolo del coefficiente di assorbimento dell'onda magnetoacustica con considerazioni energetiche

La determinazione del coefficiente di assorbimento γ può effettuarsi partendo dalla formula

$$\gamma = \bar{Q}/2\bar{q}_x \tag{2.1}$$

dove Q è il tasso di dissipazione dell'energia (energia dissipata per unità di tempo e di volume), $\boldsymbol{q}$ è il vettore densità di flusso d'energia, x è la direzione di propagazione dell'onda ed il soprassegno $^{-}$ indica il valore medio nel tempo. Landau e Lifchitz in [5] (n. 52, p. 293), hanno usato la (2.1) per il calcolo di γ dell'onda di Alfvén in un fluido incomprimibile. Seguendo [5], il calcolo di γ per l'onda magnetoacustica sarà qui svolto usando le seguenti ipotesi, giustificate, come già in [5], dalla piccolezza di γ: (I) l'equazione di dispersione, la velocità di fase ed il legame fra le perturbazioni sono quelli dell'onda *non smorzata* (cioè quelli ricavati dalle equazioni delle perturbazioni MFD *in assenza* dei termini dissipativi); (II) nel calcolo di $\boldsymbol{q}$ si trascurano i termini dissipativi.

Scelta la terna cartesiana di riferimento con l'asse x nella direzione di propagazione e l'asse y in quella di $\boldsymbol{B}_0$, dalle equazioni delle piccole perturbazioni MFD si trae nell'ipotesi (I) (cfr. p.e. [5], n. 52)

$$\begin{aligned} &v_x(x,\ t) = \tilde{v}_x \cos(kx - \omega t) \qquad v_y = v_z = 0 \qquad b_y = \frac{B_0}{u} v_x \qquad b_x = b_z = 0 \\ &\rho = \frac{\rho_0}{u} v_x \qquad u = \omega/k = (a_0^2 + A_0^2)^{1/2} \end{aligned} \tag{2.2}$$

dove $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{b}/\mu$, ρ sono le perturbazioni nella velocità, nel campo magnetico e nella densità e il soprasegno ˜ indica l'ampiezza.

Nell'ipotesi (2) risulta (cfr. [2], formula (3.74))

$$\bar{q}_x = \frac{\omega^3}{2k^3} \frac{\tilde{\rho}^2}{\rho_0} \tag{2.3}$$

e quindi per (2.2)

$$\bar{q}_x = \frac{\omega^3}{2k^3} \frac{\rho_0 \tilde{b}_y^2}{B_0^2} . \tag{2.4}$$

Per quanto riguarda Q, dall'equazione dell'energia MFD segue nel nostro caso

$$Q = \frac{\nu_m}{4\pi\mu} (\operatorname{rot} \boldsymbol{b})^2 = \frac{\nu_m}{4\pi\mu} \left(\frac{\partial b_y}{\partial x}\right)^2 . \tag{2.5}$$

Tenuto conto di (2.2), da (2.5) si trae

$$\bar{Q} = \frac{\nu_m}{8\pi\mu} k^2 \tilde{b}_y^2 . \tag{2.6}$$

Sostituendo (2.6) e (2.4) in (2.1) si ottiene per γ proprio il valore (1.1).

Bibliografia

[1] A. I. AKHIEZER, I. A. AKHIEZER, R. V. POLOVIN, A. G. SITENKO and K. N. STEPANOV, *Plasma electrodynamics*, Vol. 1 *Linear theory*, Pergamon Press, 1975.

[2] J. E. ANDERSON, *Magnetohydrodynamic shock waves*, M.I.T. Press, 1963.

[3] V. P. DEMUTSKII and R. V. POLOVIN, *Matrix form of magnetohydrodynamics equations*, Magnitnaya Gidrodinamica 5 (1969), 11-15 (ovvero *Magnetohydrodynamics*, trad.ne Faraday Press, New York (1971), 7-9).

[4] S. L. KAHALAS, *Magnetohydrodynamics wave propagation in the ionosphere*, Phys. Fluids 3 (1960), 372-378.

[5] L. LANDAU and E. LICFCHITZ, *Électrodynamique des milieux continus*, Éd. Mir, Moscou, 1969 (ovvero: *Electrodynamics of continuous media*, Pergamon Press, 1981).

Summary

Some remarks are given on the absorption coefficient for a magnetoacoustic wave.

***