Riv. Mat. Univ. Parma (4) 8 (1982), 299-307

GIOVANNA REMORINI (*)

Su una classe di moti nella magnetofluidodinamica con effetto Hall (**)

1 - Introduzione

Si considera un fluido omogeneo, incomprimibile, viscoso (stokesiano lineare) di viscosità cinematica ν costante, elettroconduttore di conducibilità elettrica σ costante, soggetto a forze di massa non elettromagnetiche che ammettono un potenziale per unità di massa U, tenendo conto dell'influenza dell'effetto Hall.

Per un tale fluido si studia nell'ambito delle equazioni non lineari della Magnetofluidodinamica (MFD) — schema del continuo — il moto nel caso che il campo di velocità e il campo magnetico siano indipendenti dalla coordinata z di una terna cartesiana di riferimento. Tale tipo di moti MFD è stato studiato in **[2]**$_1$ (1) trascurando l'effetto Hall; in **[2]**$_1$ inoltre il fluido è considerato perfetto conduttore dell'elettricità. Scopo principale del presente lavoro è quindi quello di estendere lo studio effettuato in **[2]**$_1$ al caso in cui il fluido è dotato di conducibilità elettrica finita e non è trascurabile l'effetto Hall (2).

In particolare nel presente lavoro si cercano classi di soluzioni esatte seguendo il metodo indiretto. Per quanto riguarda questo metodo in idrodinamica cfr. **[1]**, sect. 4a; le considerazioni di **[1]** si estendono agevolmente alla MFD (cfr. **[3]**, n. 3).

(*) Indirizzo: Istituto di Meccanica Razionale, Facoltà di Ingegneria, Università, Via Diotisalvi 2, 56100 Pisa, Italy.

(**) Ricevuto: 25-XI-1980.

(1) Nel caso puramente idrodinamico questo tipo di moto è noto come « moto pseudopiano di seconda specie » (cfr. **[1]** sect. 27 e sect. 52).

(2) È noto che l'effetto Hall ha una importanza notevole in vari casi di interesse in MFD e, in generale, nella Fisica Matematica dei plasmi (cfr. per es. **[2]**$_2$ e la bibliografia ivi indicata).

Al n. **2** si stabiliscono anzitutto le equazioni alle derivate parziali cui devono soddisfare le quattro funzioni incognite fondamentali del problema: la funzione di corrente ψ, la funzione del campo magnetico ψ_B, v_z e B_z; tali equazioni caratterizzano analiticamente il moto in esame. Sempre nel n. **2** (oltre a ricavare la pressione per quadrature) si ottiene una larga classe di soluzioni esatte.

Al n. **3** si determinano alcuni integrali delle equazioni stabilite al n. **2** esaminando il caso stazionario.

Il lavoro termina al n. **4** con un'osservazione relativa al caso in cui sia applicabile l'approssimazione lineare.

2 - Equazioni caratteristiche del problema

Per il fluido in esame le equazioni non lineari di base sono (in unità di Gauss)

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = \nu\nabla^2\boldsymbol{v} - \operatorname{rot}\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{v} + \operatorname{grad}(U - p/\varrho - v^2/2) + \frac{1}{4\pi\mu\varrho}\operatorname{rot}\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{B}, \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \operatorname{rot}(\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{B}) + \nu_m\nabla^2\boldsymbol{B} + \beta\operatorname{rot}(\boldsymbol{B}\wedge\operatorname{rot}\boldsymbol{B}) \quad \left(\nu_m = \frac{c^2}{4\pi\mu\sigma},\ \beta = \frac{\beta_H c^2}{4\pi\mu}\right), \tag{2.2}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{v} = 0\,, \tag{2.3}$$

con la condizione

$$\operatorname{div}\boldsymbol{B} = 0\,. \tag{2.3}$$

In esse ϱ è la densità (costante), μ la permeabilità magnetica (costante), c la velocità della luce nel vuoto, ν_m il coefficiente di viscosità magnetica e β_H il coefficiente di Hall.

Le incognite fondamentali sono $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{B}$. Infatti, note $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{B}$, il vettore densità di corrente elettrica $\boldsymbol{J}$ è dato dall'equazione di Maxwell

$$\boldsymbol{J} = \frac{c}{4\pi\mu}\operatorname{rot}\boldsymbol{B}\,; \tag{2.5}$$

dalla legge di Ohm generalizzata si ricava il campo elettrico $\boldsymbol{E}$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{J}}{c} - \frac{\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{B}}{c} + \beta_H\boldsymbol{J}\wedge\boldsymbol{B}\,, \tag{2.6}$$

e dalla (2.1) si ricava $\operatorname{grad}(U - p/\varrho - v^2/2)$ e quindi per quadrature p.

Nel moto in esame è

$$\boldsymbol{v} = v_x(x, y, t)\boldsymbol{i} + v_y(x, y, t)\boldsymbol{j} + v_z(x, y, t)\boldsymbol{k} = \boldsymbol{v}_e(x, y, t) + v_z(x, y, t)\boldsymbol{k},$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_e(x, y, t) + B_z(x, y, t)\boldsymbol{k}.$$

Essendo $\operatorname{div}(v_z\boldsymbol{k}) = 0$ e $\operatorname{div}(B_z\boldsymbol{k}) = 0$, da (2.3) e (2.4) discende la possibilità di introdurre le due funzioni scalari ψ, funzione di corrente, e ψ_B, funzione del campo magnetico, definite a meno di una arbitraria funzione additiva del tempo, tali che

$$v_x = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad v_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \tag{2.7}$$

$$B_x = \frac{\partial\psi_B}{\partial y}, \qquad B_y = -\frac{\partial\psi_B}{\partial x}, \tag{2.8}$$

ovvero $\boldsymbol{v}_e = \operatorname{grad}\psi\wedge\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{B}_e = \operatorname{grad}\psi_B\wedge\boldsymbol{k}$.

Coincidendo l'equazione di moto (2.1) con quella esaminata in [**2**]$_1$ nel caso $\beta_H = 0$, $\nu_m = 0$, valgono ancora le considerazioni fatte sulla (2.1) in [**2**]$_1$ al n. **2** ed in particolare sussistono le

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi = \nu\nabla^4\psi + \frac{D(\psi, \nabla^2\psi)}{D(x, y)} - \frac{1}{4\pi\mu\varrho}\frac{D(\psi_B, \nabla^2\psi_B)}{D(x, y)}, \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}v_z - \nu\nabla^2 v_z - \frac{D(\psi, v_z)}{D(x, y)} + \frac{1}{4\pi\mu\varrho}\frac{D(\psi_B, B_z)}{D(x, y)} = C(t), \tag{2.10}$$

dove D è simbolo di determinante funzionale e $C(t)$ una funzione arbitraria del tempo.

Inoltre dalla (2.1) si ottiene, integrando, la pressione p in funzione di ψ, ψ_B, v_z, B_z

$$U - \frac{p}{\varrho} - \frac{v^2}{2} \tag{2.11}$$

$$= \int_{x_0}^{x}\Big[\frac{\partial^2\psi}{\partial t\partial y} - \nu\nabla^2\frac{\partial\psi}{\partial y} - \nabla^2\psi\frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{1}{2}\frac{\partial v_z^2}{\partial x} + \frac{\nabla^2\psi_B}{4\pi\mu\varrho}\frac{\partial\psi_B}{\partial x} + \frac{1}{8\pi\mu\varrho}\frac{\partial B_z^2}{\partial x}\Big]\,dx$$

$$+\int_{y_0}^{y}\Big[-\frac{\partial^2\psi}{\partial t\partial x} + \nu\nabla^2\frac{\partial\psi}{\partial x} - \nabla^2\psi\frac{\partial\psi}{\partial y} - \frac{1}{2}\frac{\partial v_z^2}{\partial y} + \frac{\nabla^2\psi_B}{4\pi\mu\varrho}\frac{\partial\psi_B}{\partial y} + \frac{1}{8\pi\mu\varrho}\frac{\partial B_z^2}{\partial y}\Big]_{x=x_0}dy + C(t)z + f(t),$$

dove x_0, y_0 sono due costanti fissate ad arbitrio ed $f(t)$ è una funzione arbitraria del tempo. Se si fa l'ipotesi che, oltre a $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{B}$, anche $U - p/\varrho$ sia indipendente da z, risulta $C(t) = 0$ e di conseguenza la (2.10) assume la forma

$$\frac{\partial}{\partial t} v_z - \nu \nabla^2 v_z - \frac{D(\psi, v_z)}{D(x, y)} + \frac{1}{4\pi\mu\varrho} \frac{D(\psi_B, B_z)}{D(x, y)} = 0 . \tag{2.12}$$

Dall'equazione del campo magnetico (2.2) si ha

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}_e}{\partial t} = \operatorname{rot}(\boldsymbol{v}_e \wedge \boldsymbol{B}_e) + \nu_m \nabla^2 \boldsymbol{B}_e + \beta \operatorname{grad}\left[\frac{D(\psi_B, B_z)}{D(x, y)}\right] \wedge \boldsymbol{k} \tag{2.2$'$}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} \boldsymbol{k} = \operatorname{rot}(\boldsymbol{v}_e \wedge B_z \boldsymbol{k}) + \operatorname{rot}(v_z \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{B}_e) + \nu_m \nabla^2 B_z \boldsymbol{k} - \beta \frac{D(\psi_B, \nabla^2 \psi_B)}{D(x, y)} \boldsymbol{k} . \tag{2.2$''$}$$

Proiettando (2.2)$'$ su $\boldsymbol{i}$ e $\boldsymbol{j}$ si ha, a meno di una funzione arbitraria del tempo che possiamo supporre nulla, l'integrale

$$\frac{\partial \psi_B}{\partial t} - \frac{D(\psi, \psi_B)}{D(x, y)} - \nu_m \nabla^2 \psi_B - \beta \frac{D(\psi_B, B_z)}{D(x, y)} = 0 . \tag{2.13}$$

La (2.2)$''$ fornisce poi l'equazione scalare

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{D(\psi, B_z)}{D(x, y)} + \frac{D(v_z, \psi_B)}{D(x, y)} + \nu_m \nabla^2 B_z - \beta \frac{D(\psi_B, \nabla^2 \psi_B)}{D(x, y)} . \tag{2.14}$$

Le (2.9), (2.12), (2.13) e (2.14) sono le cercate equazioni differenziali cui devono soddisfare le quattro funzioni incognite fondamentali ψ, ψ_B, v_z, B_z. Esse caratterizzano analiticamente il moto MFD in esame.

Osservando le equazioni (2.12), (2.13), (2.14) si nota che vi è interazione tra il moto piano e quello lungo z.

Condizione affinchè in particolare sia ammesso un moto piano ($v_z = 0$, $B_z = 0$) è che sia $D(\psi_B, \nabla^2\psi_B)/D(x, y) = 0$ (vedi (2.14)), cioè che sia $\boldsymbol{k} \cdot \operatorname{rot}(\boldsymbol{B} \wedge \operatorname{rot} \boldsymbol{B}) = 0$.

Se risulta $D(\psi_B, B_z)/D(x, y) = D(\psi_B, \nabla^2\psi_B)/D(x, y) = 0$, cioè se la forza magnetica per unità di volume $(1/4\pi\mu) \operatorname{rot} \boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{B}$ è conservativa, le equazioni (2.9) e (2.13) sono le stesse che si avrebbero in un moto MFD piano (con la (2.9) puramente idrodinamica); le (2.12) e (2.14) sono poi soddisfatte, qualunque siano ψ e ψ_B, da $v_z = \text{cost}$, $B_z = \text{cost}$.

Dalle osservazioni precedenti segue che sovrapponendo nella direzione dell'asse z un moto uniforme e un campo magnetico uniforme ad un possibile moto MFD piano si ottiene un moto MFD ancora possibile; inoltre il campo magnetico non influenza il moto (cfr. (2.9) e (2.12)) ma solo il campo delle pressioni, mentre il moto influenza il campo magnetico.

Se in particolare $\psi_B =$ cost, cioè $\boldsymbol{B}_e = 0$, si riconosce facilmente che l'equazione (2.13) è identicamente soddisfatta e le equazioni (2.9), (2.12) e (2.14) assumono rispettivamente la forma

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2\psi = \nu\nabla^4\psi + \frac{D(\psi, \nabla^2\psi)}{D(x, y)}, \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v_z = \nu\nabla^2 v_z + \frac{D(\psi, v_z)}{D(x, y)}, \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} B_z = \nu_m\nabla^2 B_z + \frac{D(\psi, B_z)}{D(x, y)}. \tag{2.17}$$

La (2.15) è l'equazione cui deve soddisfare la funzione di corrente in un moto piano; le (2.15) e (2.16) sono le equazioni che caratterizzano un moto pseudopiano di seconda specie puramente idrodinamico (cfr. [**1**], sect. 52); inoltre le (2.16) e (2.17) sono della stessa forma e si possono ottenere una dall'altra scambiando v_z con B_z e ν con ν_m. Si ottiene così una larga classe di soluzioni MFD: il campo di velocità è lo stesso che si avrebbe in un moto puramente idrodinamico pseudopiano di seconda specie e si ottiene sovrapponendo ad un moto piano parallelo al piano Oxy (moto piano primitivo) un moto per rette parallele all'asse z e di velocità v_z ottenuta integrando l'equazione di tipo parabolico (2.16) (cfr. [**1**], sect. 52); il campo magnetico $\boldsymbol{B} = B_z\boldsymbol{k}$ si ottiene semplicemente sostituendo ν_m a ν e B_z a v_z nell'espressione di v_z.

Per esempio sono soluzioni (per $\boldsymbol{v}$ cfr. [**1**], sect. 52):

(1) ψ armonica, $v_z = b$, $\psi_B = b_1$, $B_z = b_2$, con b, b_1, b_2 costanti arbitrarie;

(2) $\psi = a(t) + \alpha(y, t)$, $v_z = (c/\nu)(\partial\alpha/\partial t) + b$, $\psi_B = b_1$, $B_z = (c_1/\nu_m)(\partial\alpha_1/\partial t) + b_2$, con c, c_1, b, b_1, b_2 costanti arbitrarie, $a(t)$ funzione arbitraria del tempo ed $\alpha(y, t)$, $\alpha_1(y, t)$ tali che

$$\nu\frac{\partial^2\alpha}{\partial y^2} - \frac{\partial\alpha}{\partial t} = 0, \qquad \nu_m\frac{\partial^2\alpha_1}{\partial y^2} - \frac{\partial\alpha_1}{\partial t} = 0;$$

(3) usando coordinate cilindriche (cfr. [**1**], sect. 37 e sect. 52)

$$v_r = 0, \quad v_\theta = v(r, t), \quad v_z = g(r, t) + b, \quad \boldsymbol{B} = B_z\boldsymbol{k}, \quad \text{con } B_z = g_1(r, t) + b_1,$$

dove b, b_1 sono costanti arbitrarie, $v(r, t)$, $g(r, t)$ e $g_1(r, t)$ sono tali che

$$\nu\,(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{1}{r^2}\,v)-\frac{\partial v}{\partial t}=0\,,\qquad \nu\,(\frac{\partial^2 g}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial g}{\partial r})-\frac{\partial g}{\partial t}=0\,,$$

$$\nu_m\,(\frac{\partial^2 g_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial g_1}{\partial r})-\frac{\partial g_1}{\partial t}=0\,.$$

Se in particolare $B_z = \text{cost}$, la (2.12) e la (2.13) sono dello stesso tipo e si possono ottenere una dall'altra scambiando v_z con ψ_B e ν con ν_m; la (2.14) fornisce l'integrale

$$v_z+\beta\nabla^2\psi_B=F(\psi_B)\,. \tag{2.18}$$

3 - Caso stazionario

Nell'ipotesi che il moto MFD sia stazionario, cioè che ψ, ψ_B, v_z, B_z non dipendano esplicitamente dal tempo, se il fluido è perfetto conduttore dell'elettricità ($\nu_m = 0$), l'equazione (2.13) si può anche scrivere nella forma

$$\frac{D(\psi-\beta B_z,\,\psi_B)}{D(x,y)}=0\,,$$

che fornisce l'integrale

$$B_z=\frac{\psi}{\beta}-\frac{F(\psi_B)}{\beta}\,, \tag{3.1}$$

dove $F(\psi_B)$ è un'arbitraria funzione di ψ_B. Il problema è così ricondotto alla risoluzione di un sistema di tre equazioni differenziali nelle tre incognite ψ, ψ_B, v_z.

Se poi il fluido può ritenersi anche non viscoso ($\nu = 0$), sussiste un altro integrale. Infatti la (2.12) si può scrivere nella forma

$$\frac{D(\psi,\,v_z+(1/4\pi\mu\varrho\beta)\psi_B)}{D(x,y)}=0\,,$$

da cui segue l'integrale

$$v_z+\frac{1}{4\pi\mu\varrho\beta}\,\psi_B=G(\psi)\,, \tag{3.2}$$

dove $G(\psi)$ è un'arbitraria funzione di ψ. Il problema si riduce pertanto a risolvere il sistema, dipendente da $F(\psi_B)$ e $G(\psi)$, di equazioni differenziali nelle sole incognite ψ e ψ_B

$$(3.3)\qquad \begin{aligned} 0 &= \frac{D(\psi, \nabla^2\psi)}{D(x,y)} - \frac{1}{4\pi\mu\varrho}\frac{D(\psi_B, \nabla^2\psi_B)}{D(x,y)}, \\ 0 &= -\frac{1}{\beta}\frac{D(\psi, F(\psi_B))}{D(x,y)} + \frac{D(G(\psi)+\beta\nabla^2\psi_B, \psi_B)}{D(x,y)}. \end{aligned}$$

La seconda equazione di (3.3) si può scrivere anche nella forma

$$0 = [G'(\psi) - \frac{1}{\beta}F'(\psi_B)]\frac{D(\psi,\psi_B)}{D(x,y)} + \beta\frac{D(\nabla^2\psi_B, \psi_B)}{D(x,y)}.$$

Soluzioni particolari di (3.3) si ottengono per $G'(\psi) - F'(\psi_B)/\beta = 0$; in tale caso il sistema (3.3) si scrive nella forma

$$(3.4)\qquad \begin{aligned} 0 &= \frac{D(\psi, \nabla^2\psi)}{D(x,y)}, \\ 0 &= \frac{D(\psi_B, \nabla^2\psi_B)}{D(x,y)}. \end{aligned}$$

Si riconosce facilmente che soluzioni del sistema (3.4) sono per esempio:

(1) $\nabla^2\psi = 0$, $\nabla^2\psi_B = 0$;

(2) $\nabla^2\psi = c$, $\nabla^2\psi_B = c_1$, c e c_1 costanti arbitrarie (cfr. [**1**], sect. 16);

(3) $\psi = F(x)y$, $\psi_B = G(x)y$ con $F(x)$ e $G(x)$ tali che (cfr. [**1**], sect. 18)

$$F'^2(x) - F(x)F''(x) = 0, \qquad G'^2(x) - G(x)G''(x) = 0;$$

(4) $\psi(x)$, $\psi_B(x,y)$ soluzione di $D(\psi_B, \nabla^2\psi_B)/D(x,y) = 0$, cioè sono ammessi moti per rette lungo x (analoga situazione si ha per l'asse y).

Si osservi che per $\nu = \nu_m = 0$ moti per rette lungo $x(y)$ sono ammessi anche se $\beta G'(\psi) - F'(\psi_B) \neq 0$, per esempio

$$\psi(x),\ \psi_B(x), \qquad v_z(x) = \frac{-1}{4\pi\mu\varrho\beta}\psi_B + G(\psi), \qquad B_z(x) = \frac{\psi}{\beta} - \frac{F(\psi_B)}{\beta}$$

è soluzione delle (2.9), (2.12), (2.13) e (2.19) qualunque siano $\psi(x)$, $\psi_B(x)$, $F(\psi_B)$, $G(\psi)$.

Peraltro moti per rette lungo $x(y)$ sono ammessi anche in presenza di dissipazione per $B_z =$ cost. Soluzioni delle (2.9), (2.12), (2.13) e (2.14) per esempio sono:

(a) se $\nu = 0$, $\nu_m \neq 0$,

$$\psi(x) = ax + b\,, \qquad \psi_B(y) = h + \exp[-(a/\nu_m)y]\,, \qquad v_z = k\,, \qquad B_z = c\,,$$

con a, b, c, h, k costanti arbitrarie;

(b) se $\nu \neq 0$, $\nu_m = 0$,

$$\psi(x) = ax + b\,, \qquad \psi_B(x) = hx^3\,, \qquad v_z = -6\beta hx + k\,, \qquad B_z = c\,,$$

con a, b, c, h, k costanti arbitrarie;

(c) se $\nu \neq 0$, $\nu_m \neq 0$,

$$\psi(x) = ax + b\,, \qquad \psi_B(y) = \exp[-(a/\nu_m)y]\,, \qquad v_z(y) = \exp[-(a/\nu)y]\,, \qquad B_z = c\,,$$

con a, b, c costanti arbitrarie.

4 - Un'osservazione relativa al caso lineare

Supponiamo che nello stato imperturbato il fluido sia in quiete e sottoposto ad un campo magnetico uniforme di vettore induzione $\boldsymbol{B}_0$, costante nel tempo, omogeneo nello spazio e diretto come l'asse x: $\boldsymbol{v}_0 = 0$, $\boldsymbol{B}_0 = B_0\boldsymbol{i}$. Sia $\boldsymbol{b}$ il vettore induzione magnetica del campo indotto, così che $\boldsymbol{B} = B_0\boldsymbol{i} + \boldsymbol{b}$. Supponiamo che il moto sia sufficientemente lento e il campo magnetico sufficientemente debole da poter trascurare i termini non lineari in $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{b}$ e nelle loro derivate.

Le equazioni (2.9), (2.12), (2.13) e (2.14) nell'approssimazione lineare si scrivono per il moto in esame (3)

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi = \nu\nabla^4\psi + \frac{B_0}{4\pi\mu\varrho}\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2\psi_B\,, \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}v_z = \nu\nabla^2 v_z + \frac{B_0}{4\pi\mu\varrho}\frac{\partial}{\partial x}b_z\,, \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi_B = \nu_m\nabla^4\psi_B + B_0\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2\psi - \beta B_0\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2 b_z\,, \tag{4.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}b_z = \nu_m\nabla^2 b_z + B_0\frac{\partial}{\partial x}v_z + \beta B_0\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2\psi_B\,. \tag{4 4}$$

(3) Si noti che (4.1) e (4.2) sono della stessa forma e si possono ottenere una dall'altra scambiando $\nabla^2\psi$ con v_z e $\nabla^2\psi_B$ con b_z.

Val la pena osservare esplicitamente che l'interazione tra il moto piano e il moto lungo z permane anche nel caso lineare e ciò al contrario di quanto accade in assenza dell'effetto Hall.

Bibliografia

[1] R. Berker, *Intégration des équations du mouvement d'un fluide visqueux incompressible*, Handbuck der Physik VIII/2 (1963).

[2] G. Mattei: $[\cdot]_1$ *Su una classe di moti magnetofluidodinamici di un fluido viscoso*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa **19** (1965), 429-441; $[\cdot]_2$ *Una introduzione allo studio dei modelli di tipo idrodinamico nella Fisica Matematica dei plasmi*, Boll. Un. Mat. Ital. (5) **17**-A (1980), 1-24.

[3] V. Millucci, *Exact solutions of the magneto-fluid dynamics: a contribution*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa (IV) **1** (1974), 99-111.

Summary

In this paper we present the study, in magnetofluid-dynamics (MFD), *of the motion for an homogeneous, viscous, incompressible, electroconductor fluid; the Hall effect is also taken into consideration.*

The magnetic field as well as the velocity field are assumed to be independent of the z cartesian co-ordinate.

* * *