Riv. Mat. Univ. Parma (4) 6 (1980), 387-396

VINCENZO MILLUCCI (*)

Sulla instabilità gravitazionale secondo Jeans di un plasma dissipativo in presenza di effetto Hall e di irraggiamento termico (**)

1 - Introduzione

Il presente lavoro si colloca nell'ambito degli studi sulla instabilità gravitazionale alla Jeans in magnetogasdinamica radiativa (MGDR). È noto che l'interesse per questo tipo di problema, in un contesto puramente magnetogasdinamico (MGD), si può far risalire ad alcuni lavori di Chandrasekhar e Fermi tra i quali si ricorda [**1**]. Si è poi avuto in tempi recenti un crescente interesse scientifico per il modello magnetofluidodinamico con irraggiamento termico: per una bibliografia di riguardo, nonchè per la discussione delle equazioni di base che si assumono, si rimanda a [**9**] (Cap. XI, XII), [**3**] e [**6**]$_1$. In particolare per lo studio della instabilità gravitazionale alla Jeans in presenza di irraggiamento termico e campo magnetico si può ricordare [**6**]$_2$ (n. **6**).

Peraltro non consta all'autore che sia stato trattato in letteratura il caso in cui non si trascurino gli effetti dissipativi e si tenga conto anche dell'effetto Hall. All'esame di questo modello è dedicato il presente lavoro.

Si considererà quindi un fluido (comprimibile), viscoso, conduttore del calore e a conducibilità elettrica finita.

Al n. **2**, assunte le note equazioni linearizzate della MGDR con l'equazione di stato in forma generale, si danno le equazioni cui debbono soddisfare le perturbazioni nelle grandezze che definiscono lo stato d'equilibrio iniziale.

(*) Indirizzo: Istituto Matematico, Facoltà di Scienze, Università, via del Capitano 15, 53100 Siena, Italy.

(**) Lavoro eseguito nell'ambito del G.N.F.M. (C.N.R.). — Ricevuto: 14-V-1979.

Al n. **3** si ricava innanzitutto la equazione di dispersione e si dà poi, discutendola in dettaglio, la condizione di instabilità gravitazionale.

Nei nn. **4** e **5** si discute in modo completo il comportamento delle perturbazioni che si propagano, rispettivamente, in direzione parallela od ortogonale al campo magnetico.

Al n. **6**, infine, si presentano le conclusioni che è stato possibile trarre.

2 - Le equazioni delle perturbazioni

Per il fluido descritto nella Introduzione e nell'ambito della MGDR si possono scrivere le seguenti equazioni delle perturbazioni (in unità di Gauss)

$$\frac{\partial e^{(R)}}{\partial t} + \operatorname{div} \boldsymbol{q}^{(R)} = -\alpha_0 (c e^{(R)} - 16\sigma T_0^3 T) \tag{2.1}$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{q}^{(R)}}{\partial t} + \frac{c}{3}\operatorname{grad} e^{(R)} = -\alpha_0 \boldsymbol{q}^{(R)} \tag{2.2}$$

$$\varrho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \operatorname{grad} p + \frac{1}{3}\operatorname{grad} e^{(R)} - \operatorname{grad} U + \frac{1}{4\pi\mu}\boldsymbol{B}_0 \wedge \operatorname{rot} \boldsymbol{b} + \\ -(\alpha+\eta)\operatorname{grad}\operatorname{div}\boldsymbol{v} - \eta\nabla^2\boldsymbol{v} = 0 \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = \operatorname{rot}(\boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{B}_0) + \chi\nabla^2\boldsymbol{b} + \beta\operatorname{rot}(\boldsymbol{B}_0\wedge\operatorname{rot}\boldsymbol{b}) \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \varrho_0 \operatorname{div}\boldsymbol{v} = 0 \tag{2.5}$$

$$\nabla^2 U + 4\pi G\varrho = 0 \tag{2.6}$$

$$\varrho_0 T_0 \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial e^{(R)}}{\partial t} + \frac{4}{3}E_0^{(R)}\operatorname{div}\boldsymbol{v} + \operatorname{div}\boldsymbol{q}^{(R)} - K_T\nabla^2 T = 0 \tag{2.7}$$

$$\varrho = \left(\frac{\partial\varrho_0}{\partial T_0}\right)_{P_0} T + \left(\frac{\partial\varrho_0}{\partial P_0}\right)_{T_0} p; \qquad s = \left(\frac{\partial S_0}{\partial T_0}\right)_{P_0} T + \left(\frac{\partial S_0}{\partial P_0}\right)_{T_0} p\,. \tag{2.8}$$

A queste va aggiunta la condizione di solenoidalità per l'induzione magnetica: $\operatorname{div}\boldsymbol{b} = 0$.

In esse $e^{(R)}$ indica la perturbazione nella densità d'energia raggiante, t il tempo, $\boldsymbol{q}^{(R)}$ la perturbazione nel vettore flusso di calore raggiante, α_0 il coefficiente di assorbimento relativo allo stato imperturbato, c la velocità della luce nel vuoto, σ la costante di Stefan-Boltzmann, T_0 la temperatura assoluta nello stato imperturbato, T la corrispondente perturbazione, ϱ_0 la densità nello stato imperturbato, $\boldsymbol{v}$ la perturbazione nel campo di velocità, p la perturbazione nella pressione, U la perturbazione nel potenziale gravitazionale, μ la permeabilità magnetica (costante), $\boldsymbol{B}_0$ il vettore induzione magnetica nello stato imperturbato (uniforme), $\boldsymbol{b}$ la perturbazione nell'induzione magnetica, α coefficiente di viscosità di compressione ed η quello di scorrimento (costanti) (¹), $\chi = c^2/4\pi\mu\sigma_e$ coefficiente di viscosità magnetica (costante) con σ_e conducibilità elettrica (costante), $\beta = \beta_H c^2/4\pi\mu$ con β_H coefficiente di Hall (costante), ϱ la perturbazione nella densità, G la costante di gravitazione universale, s la perturbazione nell'entropia specifica, $E_0^{(R)}$ la densità d'energia raggiante nello stato imperturbato, K_T il coefficiente di conducibilità termica (costante), P_0 la pressione nello stato imperturbato, S_0 l'entropia specifica nello stato imperturbato.

Per quanto concerne la validità e i limiti di applicazione delle (2.1), ..., (2.8) si rimanda alla bibliografia citata nella Introduzione. Si può osservare che le (2.1) e (2.2) si ottengono dalle equazioni del trasporto radiativo sotto l'ipotesi della approssimazione differenziale. Questa implica che la perturbazione nella pressione sia data da $e^{(R)}/3$ (*relazione di Milne-Eddington*). La (2.3) è l'equazione del moto, la (2.4) è l'equazione dell'induzione magnetica tenuto conto anche dell'effetto Hall, la (2.5) è l'equazione di continuità, la (2.6) è l'equazione di Poisson e la (2.7) è quella dell'energia. Le (2.8) discendono dalla forma generale dell'equazione di stato avendo scelto come variabili termodinamiche fondamentali p e T (cfr. [**5**]$_1$, n. **16**) e [**5**]$_2$ (pag. 383).

Le (2.1), ..., (2.7) costituiscono un sistema determinato lineare di tredici equazioni differenziali alle derivate parziali nelle tredici funzioni incognite scalari p, T, $e^{(R)}$, U e le tre componenti di ciascuno dei vettori $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{q}^{(R)}$ e $\boldsymbol{b}$ (ϱ ed s si ottengono dalle (2.8) una volta note p e T).

È noto (²) che l'esame della instabilità gravitazionale secondo Jeans si può fare studiando il caso della propagazione unidimensionale delle perturbazioni. Possiamo allora introdurre in modo del tutto generale una terna cartesiana di riferimento T $(0; x, y, z)$ con versori $\boldsymbol{i}_1$, $\boldsymbol{i}_2$, $\boldsymbol{i}_3$ tali che l'asse z sia parallelo alla direzione di propagazione con $\boldsymbol{B}_0 = B_{0y}\boldsymbol{i}_2 + B_{0z}\boldsymbol{i}_3$. Inoltre si potrà assu-

(¹) Non faremo qui uso della relazione di Stokes tra α ed μ. La trattazione si applicherà naturalmente anche a quei fluidi per i quali tale relazione è lecita. Per una discussione su ciò cfr., per es. [**7**] (Sect. 6.2).

(²) Per una discussione su questo argomento si può consultare, in particolare, [**4**] e [**8**].

mere che le funzioni incognite dipendano solo dal tempo e dalla coordinata z.

Si può allora subito scrivere, proiettando la (2.4) lungo l'asse z (e tenendo conto che $\operatorname{div}\boldsymbol{b}=0$): $\partial b_z/\partial t=0$, $\partial b_z/\partial z=0$. Poniamo perciò $b_z=0$ essendo interessati alle perturbazioni che si propagano effettivamente. In modo analogo si verifica che possiamo porre anche $q_x=0$, $q_y=0$.

Per quanto riguarda le variabili termodinamiche di stato possiamo introdurre la velocità «isoterma» del suono c_T; è noto (cfr. [**5**]$_2$, pag. 383) che $c_T^2=(\partial P_0/\partial\varrho_0)_{T_0}$.

Se si introduce ora

$$h=\left(\frac{\partial\varrho_0}{\partial T_0}\right)_{P_0} \tag{2.9}$$

si può anche scrivere (cfr. [**6**]$_3$, (2.14)) la relazione

$$h^2=(c_p-c_v)\,\varrho_0^2/T_0\,c_T^2\,,$$

con c_p e c_v, rispettivamente, i calori specifici a pressione costante e a volume costante. Tutto ciò permette (cfr. [**6**]$_3$, (2.17)) di riscrivere le (2.8) nella forma

$$\varrho=hT+\frac{p}{c_T^2}\,;\qquad s=\frac{c_pT}{T_0}+\frac{hp}{\varrho_0^2}\,. \tag{2.10}$$

È semplice poi verificare che da (2.1), ..., (2.7) si ottengono le seguenti equazioni scalari

$$\begin{gathered}
\frac{\partial e^{(R)}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}q_z^{(R)}+\alpha_0(ce^{(R)}-16\sigma T_0^3T)=0\,,\qquad \frac{1}{c}\frac{\partial q_z}{\partial t}+\frac{c}{3}\frac{\partial e^{(R)}}{\partial z}+\alpha q_z^{(R)}=0\,,\\
\frac{\partial v_x}{\partial t}=\frac{\eta}{\varrho_0}\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}+\frac{B_{0z}}{4\pi\mu\varrho_0}\frac{\partial b_x}{\partial z}\,,\qquad \frac{\partial v_y}{\partial t}=\frac{\eta}{\varrho_0}\frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2}+\frac{B_{0z}}{4\pi\mu\varrho_0}\frac{\partial b_y}{\partial z}\,,\\
\frac{\partial v_z}{\partial t}=-\frac{1}{\varrho_0}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\alpha+2\eta}{\varrho_0}\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}+\frac{\partial U}{\partial z}-\frac{1}{3\varrho_0}\frac{\partial e^{(R)}}{\partial z}+\frac{B_{0y}}{4\pi\mu\varrho_0}\frac{\partial b_y}{\partial z}\,,\\
\frac{\partial b_x}{\partial t}=B_{0z}\frac{\partial v_x}{\partial z}+\chi\frac{\partial^2 b_x}{\partial z^2}+\beta B_{0z}\frac{\partial^2 b_y}{\partial z^2}\,,\\
\frac{\partial b_y}{\partial t}=B_{0z}\frac{\partial v_y}{\partial z}-B_{0y}\frac{\partial v_z}{\partial z}+\chi\frac{\partial^2 b_y}{\partial z^2}-\beta B_{0z}\frac{\partial^2 b_x}{\partial z^2}\,,\\
\frac{\partial\varrho}{\partial t}+\varrho_0\frac{\partial v_z}{\partial z}=0\,,\qquad \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}+4\pi G\varrho=0\,,\\
\varrho_0T_0\frac{\partial s}{\partial t}+\frac{\partial e^{(R)}}{\partial t}+\frac{4}{3}E_0^{(R)}\frac{\partial v_z}{\partial z}+\frac{\partial q_z^{(R)}}{\partial z}-K_T\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0\,.
\end{gathered} \tag{2.11}$$

L'insieme delle (2.10) e (2.11) rappresenta la base di partenza per la discussione della instabilità gravitazionale nel modello fisico considerato.

3 - Equazione di dispersione e condizione di instabilità gravitazionale

Assumiamo che le soluzioni per le perturbazioni in studio siano del tipo onda piana sinusoidale

$$\psi(z, t) = \tilde{\psi} \exp[i(\omega t - Kz)] , \tag{3.1}$$

dove ψ è la generica perturbazione, $\tilde{\psi}$ la sua ampiezza (costante), ω la pulsazione (costante) e K la componente (costante) lungo $\boldsymbol{i}_3$ del vettore numero d'onda, $K = \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{i}_3$.

Poniamo inoltre

$$i\omega = W , \tag{3.2}$$

$$N = c_T^2 K^2 - 4\pi G \varrho_0 . \tag{3.3}$$

Considerando ora K prefissato reale si può ricavare l'equazione di dispersione nel modo consueto sostituendo (3.1) nelle (2.10) e (2.11). Tenendo presente (3.2) e (3.3) si giunge infine alla

$$a_0 W^9 + a_1 W^8 + a_2 W^7 + \ldots + a_9 = 0 , \tag{3.4}$$

dove

$$a_0 = 3\varrho_0^3 c_v ,$$

$$a_9 = NK^2 c^2 [16\alpha_0 \sigma T_0^3 + K_T(3\alpha_0^2 + K^2)][(K^4 \chi\eta + K^2 A_{0z}^2 \varrho_0)^2 + \beta^2 B_{0z}^2 K^8 \eta^2] ,$$

con $A_{0z}^2 = B_{0z}^2/4\pi\mu\varrho_0$; $a_1, \ldots, a_8$ sono coefficienti reali la cui espressione esplicita non si riporta qui per brevità.

Da (3.1) e (3.2) appare chiaro che in corrispondenza di radici reali e positive della (3.4) si ha instabilità. Similmente ciò accade in corrispondenza di soluzioni complesse per W con parti reali positive.

Per lo scopo del presente lavoro queste saranno dunque le informazioni che ci interesseranno con riguardo alle soluzioni della equazione di dispersione.

Osserviamo subito allora che a_9 è sicuramente negativo se $N < 0$, cioè se $c_T^2 K^2 < 4\pi G \varrho_0$; essendo a_0 sempre positivo è noto che in tal caso una almeno delle soluzioni per W sarà reale e positiva. Questo implica che il valore critico λ_c della lunghezza d'onda $\lambda = 2\pi/|K|$ è dato dalla (³)

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{\pi c_T^2}{G\varrho_0}}. \tag{3.5}$$

Dunque per tutti i valori di λ maggiori di λ_c si ha sempre instabilità gravitazionale.

È noto che il classico valore di Jeans per i fluidi ideali non elettroconduttori è $\lambda_J = \sqrt{\pi c_s^2/(G\varrho_0)}$, dove c_s è la velocità «adiabatica» del suono, legata a quella «isoterma» dalla nota relazione (cfr. [**5**]$_2$, (63.14)) $c_T^2 = c_s^2/\gamma$ con $\gamma = c_p/c_v > 1$. La differenza tra λ_c e λ_J consiste dunque nelle differenti velocità del suono che in esse compaiono.

Una lunghezza d'onda critica uguale a λ_c si ottiene invece nel caso in cui si consideri un fluido ideale e perfetto conduttore dell'elettricità sottoposto all'azione di un campo magnetico uniforme, in presenza di irraggiamento termico e in assenza di effetto Hall (cfr. [**6**]$_2$, n. **6**).

Si può affermare quindi che la presenza degli effetti dissipativi e dell'effetto Hall non altera, almeno nella situazione esaminata in questo numero, la lunghezza d'onda critica.

Essendo poi $\lambda_J > \lambda_c$ si conclude che anche nelle ipotesi del presente lavoro l'irraggiamento termico influisce nel senso di una maggiore instabilità.

Occorre ora esaminare cosa accade per $\lambda < \lambda_c$. Certamente a_9 è positivo ed è facile controllare che tali risultano anche tutti gli altri coefficienti. Ciò vuol dire che sicuramente non c'è alcuna soluzione di W reale e positiva ed è quindi soddisfatta una condizione necessaria per la stabilità. Una condizione che è invece necessaria e sufficiente per la stabilità si può ottenere facendo uso del cosidetto criterio di Routh-Hurvitz (cfr. [**2**], pag. 340). L'applicazione di questo criterio assicura che la (3.4) oltre a non possedere alcuna radice reale positiva (come si è già detto) ha tutte le radici complesse con parte reale negativa.

È però arduo affrontare in modo diretto i calcoli necessari per l'applicazione del criterio di Routh-Hurvitz alla equazione di dispersione trovata a causa della complessità dei coefficienti. D'altra parte nel caso in cui particolari e concrete situazioni richiedessero la discussione proprio della (3.4) non sarà difficile affrontare il problema dal punto di vista numerico e con l'aiuto di macchine calcolatrici.

(³) Con il simbolo $\sqrt{\ }$ qui e nel seguito si intende la radice aritmetica.

Si è invece potuto affrontare la discussione completa del metodo esposto dopo avere fatto alcune ipotesi semplificatrici che, senza togliere interesse fisico al problema, conducono ad una equazione di dispersione di grado minore.

A tal scopo e in analogia a quanto si fa in gasdinamica radiativa (GDR) (cfr. [**9**], Cap. XI, XII) si assume innanzitutto di poter trascurare: (1) i termini contenenti le derivate temporali nelle equazioni del trasporto radiativo; (2) il termine della pressione di radiazione nella equazione del moto; (3) i termini della densità d'energia raggiante nell'equazione dell'energia.

È questa la cosidetta «ipotesi GDR» già nota in letteratura per essere stata usata anche nell'ambito della MGDR (cfr., ad es., [**6**]$_3$, n. **6**). Essa permette di rendere più agile lo svolgimento dei calcoli mantenendo un effettivo significato fisico al modello. Sotto la ipotesi GDR si ottiene un'equazione di dispersione del tipo

$$b_0 W^7 + b_1 W^6 + \ldots + b_7 = 0 \,, \tag{3.6}$$

dove

$$b_0 = \varrho_0^3 c_v\,, \quad b_7 = NK^2\,(16\alpha_0 \sigma T_0^3/(3\alpha_0^2 + K^2) + K_T)[(K^4\chi\eta + K^2 A_{0z}^2\,\varrho_0)^2 + \beta^2 B_{0z}^2 K^8 \eta^2]$$

mentre gli altri coefficienti, anch'essi reali, non si riportano qui per brevità.

Si noti come il segno di b_7 dipenda ancora da N il che permette di affermare che la lunghezza d'onda critica è ancora data da (3.5).

Per tutti i valori di λ maggiori di λ_c avremo sempre instabilità. Per $\lambda < \lambda_c$ risulta ancora che tutti i coefficienti sono reali e positivi. Come nel caso precedente però solo l'applicazione del criterio di Routh-Hurvitz può, in definitiva, garantire la stabilità per $\lambda < \lambda_c$.

La complessità dei calcoli necessari rende però più agevole ed interessante occuparsi di due casi particolari. Si studierà cioè, nell'ambito dell'ipotesi GDR, il comportamento delle perturbazioni che si propagano, rispettivamente, in direzione parallela od ortogonale rispetto a $\boldsymbol{B}_0$.

4 - Propagazione in direzione parallela al campo magnetico

Lo studio del comportamento di queste perturbazioni può farsi assumendo $B_{0y} = 0$, ferma restando l'ipotesi (3.1). È semplice controllare che in tal caso le equazioni per v_x, v_y, b_x e b_y sono disaccoppiate da quelle per le altre incognite. Si riconosce subito che esse descrivono le ordinarie onde magnetofluidodinamiche con direzione di propagazione parallela a $\boldsymbol{B}_0$. Naturalmente saranno smorzate a causa degli effetti dissipativi che caratterizzano anche la equazione di dispersione. Il problema è, per questa parte, puramente magnetofluidodinamico ed è già stato diffusamente trattato.

Per quanto riguarda le perturbazioni per v_z, p e ϱ si ha una situazione di tipo puramente gasdinamico radiativo. Questa è stata discussa in [**6**]$_2$ (n. **5**) partendo dal punto di vista del fluido dissipativo in presenza di irraggiamento termico, ma senza campo magnetico. Possiamo concludere che le considerazioni ivi fatte si applicano anche alla precedente situazione. In particolare si ricorda che la lunghezza d'onda critica è uguale alla (3.5).

5 - Propagazione nella direzione ortogonale al campo magnetico

Queste perturbazioni potranno ancora essere descritte dalla (3.1) assumendo inoltre che nelle equazioni (2.11) si ponga $B_{0z} = 0$.

Tenendo presente la ipotesi GDR è semplice verificare che ora vale la seguente equazione di dispersione

$$c_0 W^4 + c_1 W^3 + c_2 W^2 + c_3 W + c_4 = 0 \,, \tag{5.1}$$

dove

$$c_0 = \varrho_0^2 c_v \,, \qquad c_1 = f\varrho_0 c_v + \varrho_0^2 c_v \chi K^2 + \varrho_0 g \,,$$

$$c_2 = fg + \varrho_0 \chi K^2 g + K^2 c_T^4 h^2 T_0 + \chi K^2 \varrho_0 c_v f + \varrho_0^2 c_v K^2 A_{0y}^2 + \varrho_0^2 c_v N \,,$$

$$c_3 = \chi K^2 fg + K^2 A_{0y}^2 \varrho_0 g + \varrho_0 N g + K^4 c_T^4 h^2 T_0 \chi + \varrho_0^2 c_v N \chi K^2, \quad c_4 = \varrho_0 N \chi K^2 g \,,$$

con $f = K^2(\alpha + 2\eta)$, $g = \big(16\alpha_0 \sigma T_0^3 K^2/(3\alpha_0^2 + K^2)\big) + \lambda K^2$, ed N ancora dato da (3.3).

Si osservi che anche in questo caso se $N < 0$ si varà senz'altro almeno una radice reale positiva. Avremo ancora dunque una lunghezza d'onda critica (λ_c) pari alla (3.5). Per i valori di λ al di sopra di questo si avrà instabilità.

In questo caso è stato poi possibile effettuare i calcoli relativi all'applicazione del criterio di Routh-Hurvitz e ne risulta che per $\lambda < \lambda_c$ c'è sempre stabilità indipendentemente dal valore dei parametri del problema.

6 - Conclusioni

Si è studiato il problema della instabilità gravitazionale secondo Jeans in presenza di irraggiamento termico per un fluido comprimibile, viscoso, conduttore del calore, a conducibilità elettrica finita e considerando anche l'effetto Hall.

Si è innanzitutto determinato il valore della lunghezza d'onda critica λ_c che risulta dato dalla (3.5). Tale valore non cambia se si adotta la ipotesi GDR.

Si è poi studiata la propagazione delle perturbazioni lungo il campo magnetico $\boldsymbol{B}_0$ ed il problema si è scisso in una parte puramente magnetofluidodinamica e una parte puramente gasdinamica.

Si è poi potuto discutere, applicando il criterio di Routh-Hurvitz, il caso della propagazione ortogonale a $\boldsymbol{B}_0$. A causa del valore non nullo di χ, a motivo cioè della conducibilità elettrica finita, il valore della lunghezza d'onda critica non cambia e resta espresso da (3.5).

Questo è da sottolineare in quanto è noto (cfr. [**6**]$_2$ n. **6.2.**) che ponendo $B_{0z} = 0$ e nell'ipotesi di assenza degli effetti dissipativi e dell'effetto Hall, la lunghezza d'onda critica diventa $\lambda_c^* = \sqrt{\pi(A_0^2+c_T^2)/(G\varrho_0)}$, con $A_0^2 = B_0^2/4\pi\mu\varrho_0$, mentre ha proprio il valore λ_c per le perturbazioni con direzione di propagazione obliqua rispetto a $\boldsymbol{B}_0$.

Si noti che $\lambda_c^* > \lambda_c$; questo implica che, nel modello ricordato, c'è maggiore stabilità per la propagazione ortogonale a $\boldsymbol{B}_0$ rispetto a quella obliqua.

Nelle ipotesi adottate nel presente lavoro si può invece concludere che non c'è, rispetto alla stabilità, differenza di comportamento tra le perturbazioni con differenti direzioni di propagazione.

Si noti, infine, che ciò dipende dall'essere $\chi \neq 0$ mentre è indipendente dall'essere nulli o meno (separatamente o congiuntamente) i coefficienti α, η e β.

Bibliografia

[**1**] S. Chandrasekhar and E. Fermi, *Problems of gravitational stability in the presence of a magnetic field*, Astrophy. J. **118** (1953), 116-141.

[**2**] L. Derwidué, *Introduction à l'algebre supérieure et au calcul numérique algébrique*, Masson, Paris 1957.

[**3**] J. B. Helliwell, *The propagation of small disturbances in radiative magnetogasdynamics*, Arch. Rational. Mech. Anal. **47** (1972), 380-388.

[**4**] R. Hide and P. H. Roberts, *Elementary problems in magneto-hydrodynamics*, Advances in Applied Mechanics **7** (1962).

[**5**] L. Landau and E. Lifchitz: [•]$_1$ *Physique statistique*, Ed. Mir, Moscou 1967; [•]$_2$ *Mécanique des fluides*, Ed. Mir, Moscou 1971.

[6] G. Mattei: [•]$_1$ *Radiative Magnetogasdynamics: basic equations and non-linear wave propagation*, Boll. Un. Mat. Ital. (4) **10** (1974), 150-173; [•]$_2$ *Sulla instabilità gravitazionale secondo Jeans in presenza di irraggiamento termico*, Boll. Un. Mat. Ital. (4) **11** (1975), 268-278; [•]$_3$ *Sulla instabilità gravitazionale di un fluido comprimibile conduttore del calore*, Boll. Un. Mat. Ital. (4) **4** (1971), 300-313.

[7] J. Serrin, *Mathematical principles of classical fluid mechanics*, Hand. der Phys. VIII/**1** (1959).

[8] R. Simon, *Sur l'instabilité gravitationnelle de Jeans*, Acad. Roy. Belg. Bull. Cl. Sci. (V) **48** (1962), 1102-1114.

[9] W. G. Vincenti and C. Kruger, *Introduction to physical gasdynamics*, Wiley, New York 1965.

Summary.

In this paper we discuss Jeans's gravitational instability of a compressible fluid in the field of radiative magnetogasdynamics (MGDR). *The equation of state is taken in general form and the effects of viscosity, thermal conductivity, electrical conductivity, Hall current are also considered. The critical value of the wavelength is determined and then particular attention is payed to the perturbations propagating in a direction orthogonal to the magnetic field.*

* * *